

前 言

“运筹学”是教育部高等教育司审定的经济管理类学科的核心课程和专业主干课程，它是一门广泛应用现有的科学技术知识和数学工具，以定性定量相结合的方法研究和解决管理、经济和工程技术中提出的实际问题，为决策这选择最优方案提供定量依据的一门学科。

运筹学作为一门综合性学科，在经济管理等领域有广泛应用，很多高校都开设了“运筹学”课程，有的专业把“运筹学”认定为学位课程，但不同专业掌握的基础知识差别很大，不同专业对运筹学的要求也是不一样的。考虑到这种差异，我们针对管理科学与工程专业学生渴望实践应用的情况，在教学中统筹兼顾模型构建、模型求解和模型分析，突出两头，提高学生应用运筹学解决实际问题的能力。

本书是在编著者 10 年来从事运筹学理论教学和实践教学的基础上编写而成的，是多年教学实践的积累，学生反应很好，其中的实验内容部分借鉴了其他老师的资料，实验解答是教师和学生共同教与学的结晶。本教材主要是用实例的形式，按照教师上课的学时来设计，以短小精悍的习题和运筹学理论同步配套的形式呈现，同时辅以教学视频，极大地方便教师备课和授课指导，特别适用学生将理论用于实际，提高解决实际问题的能力，尤其是 3 个大作业更强化学生综合运用管理知识的能力。本书的第一部分 12 学时，适合和运筹学理论同步配套适用，侧重运筹学三种软件 Excel、LINGO 和 LINDO 小型模型的求解和应用；第二部分 16 学时，适用于进一步强化 LINGO 大规模求解，尤其适用在大三的管理统计优化中运筹学上机的复习与提升。

本教材得到了南昌大学 2014 年提升综合实力项目管理科学与工程系（9162-22080008）的经费资助和南昌大学教材出版资助（2015-5）。也特别感谢南昌大学管理学院涂国平院长和邓群钊系主任的在本书出版的过程中给予的大力支持，还要感谢同事徐兵教授对本书提出了宝贵意见。

参与本书编写的作者又刘静华副教授、薄秋实讲师和喻登科副教授。

本书作者都是多年从事“运筹学”教学工作的教师，但由于时间比较仓促，书中难免存在一些不当之处，敬请读者批评指正。

编者

2015 年 6 月

目 录

第 1 章 绪论	1
第 2 章 运筹学上机实验指导	8
2.1 中小型线性规划模型的计算机求解	8
2.2 大型线性规划模型的编程计算机求解	13
2.3 线性规划的灵敏度分析	16
2.4 运输问题数学模型的计算机求解	20
2.5 目标规划数学模型的计算机求解	23
2.6 整数规划数学模型的计算机求解	26
2.7 指派问题的计算机求解	27
2.8 最短路问题的计算机求解	30
2.9 最大流问题的计算机求解	37
第 3 章 LINGO 软件基础及应用	40
3.1 原始集和派生集与集的定义	40
3.2 LINGO 中的函数与目标函数和约束条件的表示	44
3.3 LINGO 中的数据	55
3.4 LINDO 简介	59
第 4 章 运筹学 Excel \ LINDO \ LINGO 上机 12 小时实验	64
4.1 运筹学实验报告	64
4.2 运筹学实验报告解答	69
4.3 运筹学 4 学时大作业内容	87
4.4 运筹学 4 学时大作业解答	100
第 5 章 LINGO 大规模 16 学时上机实验及要求	117
5.1 11 个 LINGO 运筹学上机实验实例	117
5.2 11 个 LINGO 运筹学上机实验解答	129
参考文献	184

第 1 章 绪 论

运筹学是研究资源最优规划和使用的数量化的管理科学,它广泛利用现有的科学技术和计算机技术,特别是应用数学方法和数学模型,研究和解决生产、经营和经营管理活动中的各种优化决策问题。

运筹学通常是从实际问题出发,根据决策问题的特征,建立适当的数学模型,研究和分析模型的性质和特点,设计解决模型的方法或算法来解决实际问题,是一门应用性很强的科学技术。运筹学的思想、内容和研究方法广泛应用于工程管理、工商企业管理、物流和供应链管理、交通运输规划与管理等各行各业,也是现代管理科学和经济学等许多学科研究的重要基础。

在解决生产、经营和管理活动中的实际决策问题时,一般都是建立变量多、约束多的大型复杂的运筹学模型,通常只能通过计算机软件求解,因此学习运筹学的计算机求解和进行上机实验,就是运筹学教学的重要组成部分。

目前,求解各类运筹学模型的软件众多,主要有 Microsoft Office Excel(简称 Excel)、LINDO、LINGO、MATLAB、GAMS、WinQSB 和英国运筹学软件 Dash-Xpress。Excel 主要利用规划求解来解线性规划模型;WinQSB 功能比较齐全,但主要适合解决规模较小的运筹学模型;Dash-Xpress 现在在中国的使用率不高;MATLAB 是通过矩阵的方法解决线性规划,对非线性规划和其他运筹学模型特别是大规模模型的输入不太方便。而 LINGO 和 LINDO 是使用最广泛的运筹学专业软件,前者功能强大,能求解几乎所有的运筹学优化模型,后者的主要功能是线性规划模型的求解。在 LINGO 中,模型的输入和编程都比较方便,可求解大规模运筹学模型。因此,本课程的教学就是以 LINGO 为主,适当补充 Excel 和 LINDO 作为运筹学上机软件,后者的优势主要在于能获得最优单纯形表以进行更全面的灵敏度分析。

1. 运筹学计算机软件简略介绍

运筹学常用软件主要有 Excel、LINDO、LINGO、MATLAB 和 GAMS。

1) Excel

Excel 是美国微软公司开发的 Windows 环境下的电子表格系统,它是目前应用最为广泛的办公室表格处理软件之一。规划求解是 Excel 提供的一个加载宏。

其可用于求解线性规划、整数规划、运输问题、非线性规划、动态规划、最短路、最大流等运筹模型。

非线性规划工具取自得克萨斯大学奥斯汀分校的 Leon Lasdon 和克里夫兰州立大学的 Allan Waren 共同开发的非线性最优化代码(generalized reduced gradient, GRG2)。线性和整数规划问题取自 Frontline Systems 公司的 John Watson 和 Dan

Fylstra 提供的有界变量单纯形法和分支边界法。

其官方网址为 <http://www.microsoft.com/china/office/preview/programs/excel/>。

2)LINDO

LINDO (linear, interactive, and discrete optimizer, 即交互式的线性和离散优化求解器) 是一个解决二次线性整数规划问题的方便而强大的工具。它适用于一些拥有超过 50 000 个约束条件和 200 000 万个变量的大规模复杂问题, 应用于商业、工业、研究和政府等领域, 能够处理产品分销、成分混合、生产与个人事务安排、存货管理等方面的具体事务。

其设计原则如下: 如果一个用户只是想解决一个简单的问题, 就不应该在学习 LINDO 的基本特性上花费太多的准备成本。

该软件存在不同版本, LINDO 6.1 学生版至多可求解多达 300 个变量和 150 个约束条件的规划问题, 而其正式版(标准版)可求解的变量和约束条件则在 1 量级以上。

3)LINGO

LINGO (linear interactive and general optimizer, 即交互式的线性和通用优化求解器) 是美国 LINDO 系统公司开发的一套专门用于求解最优化问题的软件包。它除了具有 LINDO 的全部功能外, 还可用于求解非线性规划问题, 也可以用于一些线性和非线性方程(组)的求解等。

其最大特色在于允许优化模型中的决策变量是整数(即整数规划), 而且执行速度很快。LINGO 实际上还是最优化问题的一种建模语言, 包括许多常用的函数, 可供使用者建立优化模型时调用, 并提供与其他数据文件(如文本文件、Excel 电子表格文件、数据库文件等)的接口, 易于方便地输入、求解和分析大规模最优化问题。

该软件已在教学、科研和工业、商业、服务等领域得到了广泛应用。

其官方网址为 <http://www.lindo.com/>。

4)MATLAB

MATLAB 是英文 matrix laboratory(矩阵实验室)的缩写, 最早是由 C. Moler 用 Fortran 语言编写的, 用来方便地调用 LINPACK 和 EISPACK 矩阵代数软件包的程序。后来他创立了 MATHWORKS 公司, 对 MATLAB 做了大量的、坚持不懈的改进。现在, MATLAB 已经更新至 7. x 版。MATLAB 的优化工具箱(optimization toolbox)提供了对各种优化问题的一个完整的解决方案。

MATLAB 软件应用广泛, 其内容涵盖线性规划、二次规划、非线性规划、最小二乘问题、非线性方程求解、多目标决策、最小最大问题以及半无限问题等的优化问题。

其特点为函数表达简洁、多种优化算法可任意选择、对算法参数可自由设置, 进而使用户能够方便灵活地使用优化函数。

其官方网址为 <http://www.mathworks.com/>。

5)GAMS

GAMS(the general algebraic modeling system, 即数学规划和优化的高级建模系统) 由 Meeraus 和 Brooke 于 1992 年所开发。在数值算法方面, 对线性与非线性规划问题, GAMS 使用由新南韦尔斯大学的 Murtagh 以及史丹福大学的 Gill、Murray、Saunders、

Wright 等于 1983 年所开发的 MINOS 算法。

MINOS 是 modular in-core non-linear optimization system 的缩写,这个算法综合了缩减梯度法和拟牛顿法,是专门为大型、复杂的线性与非线性问题设计的算法。对混合整数规划问题,则采用亚历桑那大学的 Marsten 及巴尔第摩大学的 Singhal 于 1987 年共同开发的 ZOOM(zero/one optimization method)算法。

其用途如下:针对数学规划的高阶建模系统,GAMS 包含了编译器和高效能的求解引擎。GAMS 是针对大型、复杂的建立模型应用而量身订做的,可让使用者迅速建立模型且容易修改。

其官方网址为 <http://www.gams.com/>。

2. 大规模软件 LINGO 详细介绍

Excel、LINDO、MATLAB、GAMS 虽然都能求解一些小型运筹学模型,但在大规模软件求解以及方便输入和输出方面,LINGO 软件的优势更加明显,所以下面着重介绍 LINGO 软件。

LINGO 是用来求解线性和非线性优化问题的简易工具。LINGO 内置了一种建立最优化模型的语言,可以简便地表达大规模问题,利用 LINGO 高效的求解器可快速求解并分析结果。

LINGO 是一套设计用来帮助用户快速、方便和有效地构建和求解线性、非线性和整数最优化模型的功能全面的工具。其包括功能强大的建模语言、建立和编辑问题的全功能环境、读取和写入 Excel 和数据库的功能以及一系列完全内置的求解程序。

LINGO 的运行环境为 Win9x/NT/2000/XP/2003/Vista/Win7,软件类别为国外软件/工具软件/计算工具,软件语言为英文。

LINGO 是使建立和求解线性、非线性和整数最佳化模型更快、更简单、更有效率的综合工具。LINGO 提供强大的语言和快速的求解引擎来阐述和求解最优化模型。LINGO 具有如下几方面优势。

(1)简单的模型表示。LINGO 可以使线性、非线性和整数问题迅速得予以公式表示,并且容易阅读、了解和修改。LINGO 的建模语言允许用户使用汇总和下标变量以一种易懂的、直观的方式来表达模型,非常类似于用户在使用纸和笔,使得模型更加容易构建、理解,因此也更容易维护。

(2)方便的数据输入和输出选择。LINGO 建立的模型可以直接从数据库或工作表获取资料。同样地,LINGO 可以将求解结果直接输出到数据库或工作表,使用户能够在其选择的应用程序中生成报告。

(3)强大的求解器。LINGO 拥有一整套快速的、内建的求解器,用来求解线性的、非线性的(球面和非球面的)、二次的、二次约束的和整数优化问题。用户甚至不需要指定或启动特定的求解器,因为 LINGO 会读取用户的方程式并自动选择合适的求解器。

(4)交互式模型或创建 turn-key 应用程序。用户能够在 LINGO 内创建和求解模型,或从用户自己编写的应用程序中直接调用 LINGO。对于开发交互式模型,LINGO 提供了一整套建模环境来构建,求解和分析用户的模型。对于构建 turn-key 解决方案,

LINGO 提供的可调用的动态链接库 (dynamic link library, DLL) 和对象连接与嵌入 (object linking and embedding, OLE) 界面能够从用户自己写的程序中被调用, LINGO 还能够从 Excel 宏或数据库应用程序中被直接调用。

(5) 广泛的文件和 Help 功能。LINGO 附带用户需要快速开始使用 LINGO 的所有工具。LINGO 用户手册包含对 LINGO 所有命令和特征的深度说明, 是一本综合教科书。安装好了的 LINGO 启动后的界面如图 1-1 所示, 此时即可输入求解运筹学模型的程序。

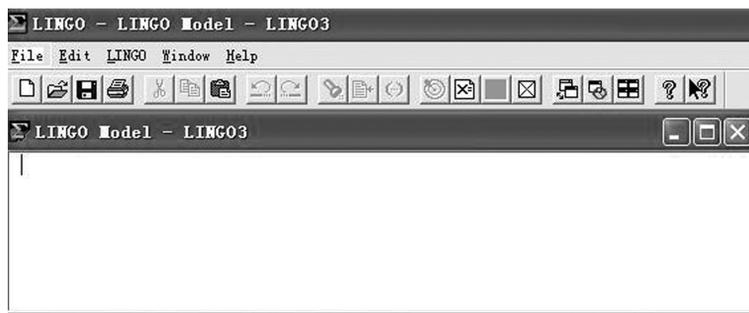


图 1-1 LINGO 启动界面

2. 实验名称和目的

实验名称: 线性规划问题的 Excel 和 LINDO 建模求解。

实验目的: 掌握在 Excel 和 LINDO 中建立和求解线性规划模型的方法。

实验内容: 营养配餐问题。

假定一个成年人每天需要从食物中获得 3 000 千卡的热量、55 克蛋白质和 800 毫克的钙。如果市场上只有四种食品可供选择, 它们每千克所含的热量和营养成分以及其市场价格见表 1-1。请问如何选择才能在满足营养的前提下使购买食品的费用最少?

表 1-1 四种食品每千克所含的热量和营养成分以及其市场价格

序号	食品名称	热量/千卡	蛋白质/克	钙/毫克	价格/元
1	猪肉	1 000	50	400	14
2	鸡蛋	800	60	200	6
3	大米	900	20	300	3
4	白菜	200	10	500	2

1) 数学模型

解: 设 x_j 为第 j 种食品每天的购入量, 则配餐问题的线性规划模型为

$$\begin{aligned} \min S &= 14x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 \\ \text{s. t.} \quad &1\,000x_1 + 800x_2 + 900x_3 + 200x_4 \geq 3\,000 \\ &50x_1 + 60x_2 + 20x_3 + 10x_4 \geq 55 \\ &400x_1 + 200x_2 + 300x_3 + 500x_4 \geq 800 \\ &x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

2)用 LINDO 求解

先从网址 <http://www.lindo.com/> 下载 LINDO 软件,不用安装,双击  在 LINDO 里输入:

```
min 14x1+6x2+3x3+2x4
ST
1000x1+800x2+900x3+200x4>=3000
50x1+60x2+20x3+10x4>=55
400x1+200x2+300x3+500x4>=800
end
```

输入模型后,单击工具栏 Solve→Solve,如图 1-2 所示。



图 1-2 LINDO 求解 Solve

单击图 1-2 中的 、,得到如下运行结果:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 1

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 10.00000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	0.000000	10.666667
X2	0.000000	3.333333
X3	3.333333	0.000000
X4	0.000000	1.333333

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	-0.003333
3)	11.666667	0.000000
4)	200.000000	0.000000

NO. ITERATIONS= 1

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE	
		INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	14.000000	INFINITY	10.666667
X2	6.000000	INFINITY	3.333333
X3	3.000000	3.750000	3.000000
X4	2.000000	INFINITY	1.333333

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE	
		INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	3000.000000	INFINITY	525.000000
3	55.000000	11.666667	INFINITY
4	800.000000	200.000000	INFINITY

LINDO 软件 LP^① 的注意事项包括如下几个方面。

- (1) 目标函数及各约束条件之间一定要用“ST”分开。
- (2) 变量名不能超过 8 个字符。
- (3) 变量与其系数间可以有空格,但不能有任何运算符号(如乘号“*”等)。
- (4) 要输入“ \leq ”或“ \geq ”约束,相应以“ $<$ ”或“ $>$ ”代替即可。
- (5) 一般 LINDO 中不能接受括号“()”和逗号“,”。例如,“ $400(X1 + X2)$ ”需写成“ $400X1 + 400X2$ ”,“10,000”需写成“10000”。
- (6) 表达式应当已经过简化,不能出现“ $2X1 + 3X2 - 4X1$ ”,而应写成“ $-2X1 + 3X2$ ”。
- (7) 不能写“ $x1, x2, x3, x4 \geq 0$ ”,LINDO 默认决策变量非负。
- (8) 结尾用 end。

Excel 的安装注意事项如下:

- (1) 安装:先将 Office 2003 卸载,之后再重新安装,不选典型安装,而选全部安装。
- (2) 加载:打开 Excel 软件,工具→加载宏→规划求解。
- (3) LINDO 软件的位置为电脑 E:\lindo。

^① LP(linear programming)即线性规划,此处是指数学模型中的约束条件写入 LINDO 软件时所需注意的语法要求。

第 2 章 运筹学上机实验指导

2.1 中小型线性规划模型的计算机求解

对于小型线性规划模型的求解, LINGO 中可以用一种与线性规划的数学模型及其类似的方式直接输入模型来求解, 简单方便。

例 2-1 求解下面线性规划的数学模型。

$$\begin{aligned} \max z &= 2x_1 + 4x_2 \\ \text{s.t.} \quad x_1 + x_2 &\leq 6 \\ x_1 + 2x_2 &\leq 8 \\ x_2 &\leq 3 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

LINGO 中输入的代码如下所示, 这种输入方式的优势在于适合 LINGO 系统。

```
max=2*x1+4*x2;
x1+x2<=6;
x1+2*x2<=8;
x2<=3;
```

LINGO 中输入的代码和线性规划模型的差异如下:

- (1) $\max z \rightarrow \max$, $\min z \rightarrow \min$ 。
- (2) 每一行(包括目标函数)用英文的分号结束。
- (3) 数与变量的乘积用“*”表示。
- (4) 不等号“ \leq ”和“ \geq ”用“ $<=$ ”和“ $>=$ ”或“ $<$ ”和“ $>$ ”表示。
- (5) LINGO 系统默认所有的变量非负, 因此非负变量的约束可省略, 而非正变量和自由变量要用“ $x_1 <= 0$ ”和“@free(x_2)”表示。
- (6) LINGO 中不能输入下标“ x_1 ”, 而应输入“x1”。

上述线性规划模型在 LINDO 中输入为

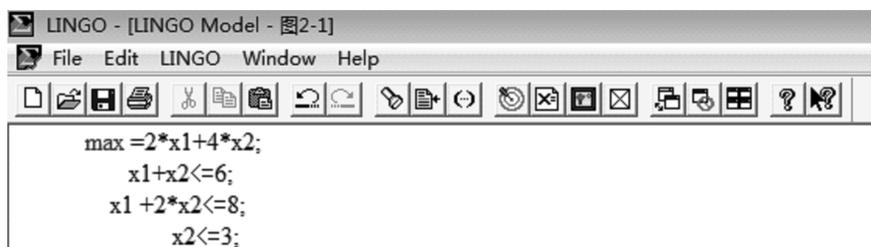
```
max 2x1+4x2
ST
x1+x2<=6
x1+2x2<=8
x2<=3
end
```

例 2-1 的模型还可以按图 2-1 的方式输入代码求解。此时, LINGO 中输入的代码和线性规划模型除上述 6 点差异外, 还有以下几点不同。

- (1) 约束条件之前用 s. t. 或 subject to 表示后面是约束。

(2) 每行后面不用分号结束。

(3) 这种输入法的好处是和 LINDO 的输入一致,可以直接在 LINDO 中求解,做灵敏度分析较方便,也能得到最优单纯形表。

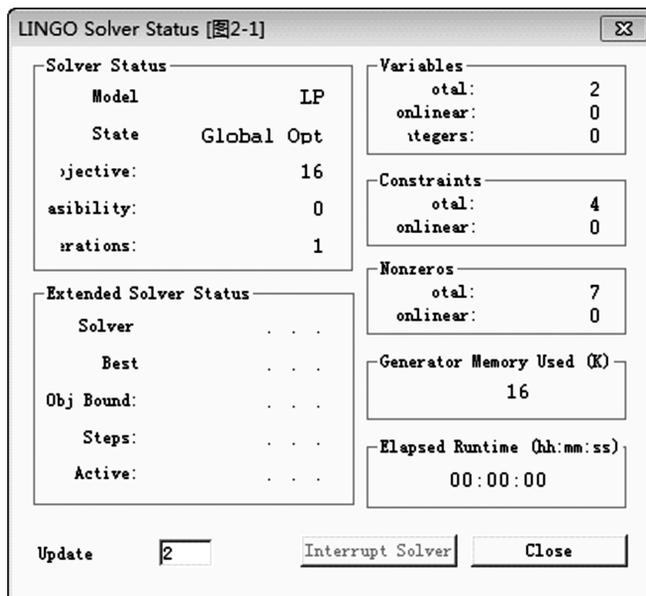


```

LINGO - [LINGO Model - 图2-1]
File Edit LINGO Window Help
max =2*x1+4*x2;
x1+x2<=6;
x1 +2*x2<=8;
x2<=3;
  
```

图 2-1 例 2-1 用 LINGO 输入代码方式求解

点击菜单栏的 LINGO→Solver,或直接点击工具栏上的 ,可得求解结果,即解的状况(Solver Status)(图 2-2)和解报告(Solution Report)。



Solver Status		Variables	
Model	LP	total:	2
State	Global Opt	nonlinear:	0
Objective:	16	integers:	0
Feasibility:	0	Constraints	
Iterations:	1	total:	4
		nonlinear:	0
Extended Solver Status		Nonzeros	
Solver	...	total:	7
Best	...	nonlinear:	0
Obj Bound:	...	Generator Memory Used (K)	
Steps:	...	16	
Active:	...	Elapsed Runtime (hh:mm:ss)	
		00:00:00	

Update Interrupt Solver Close

图 2-2 例 2-1 中 LINGO 解的状况和解报告

关于图 2-2 中 Solver Status 的注释如下:

(1) Model 即模型,LP 即线性规划,其他模型还有非线性规划(nonlinear programming,NLP)、整数线性规划(integer linear programming,ILP)、整数非线性规划(integer nonlinear linear programming,INLP)。

(2) State 即状态,Global Opt(global optimal solution)即整体最优解,线性规划的最优解都是整体最优解,非线性规划有局部最优解(Local Opt)和整体最优解之分,其他状态还有图 2-3 所示的无可行解(Infeasible)和图 2-4 所示的无界解(Unbounded)。

(3) Objective(目标函数值)为 16。由于处于最优解状态,因此这里表示最优值

为 14。

(4) Infeasibility (不可行性) 为 0, 表示此时有可行解, 否则没有可行解。

(5) Iterations 为 1, 表示迭代了 1 步求得最优解。

(6) Extended Solver Status 表示扩展的解的状况, 主要用于整数规划和非线性规划。

(7) Variables 表示变量; Total 为 2, 表示总决策变量为 2 个; Nonlinear (非线性) 变量和 Integers (整数) 变量都是 0 个。

(8) Constraints 表示约束; Total 为 4, 表示包括目标函数一共 4 个约束; Nonlinear (非线性) 约束 0 个。

(9) Nonzeros 表示非零系数; Total 为 7, 表示包括目标函数和约束条件中变量的非零系数为 7 个, 右端常数项不算。

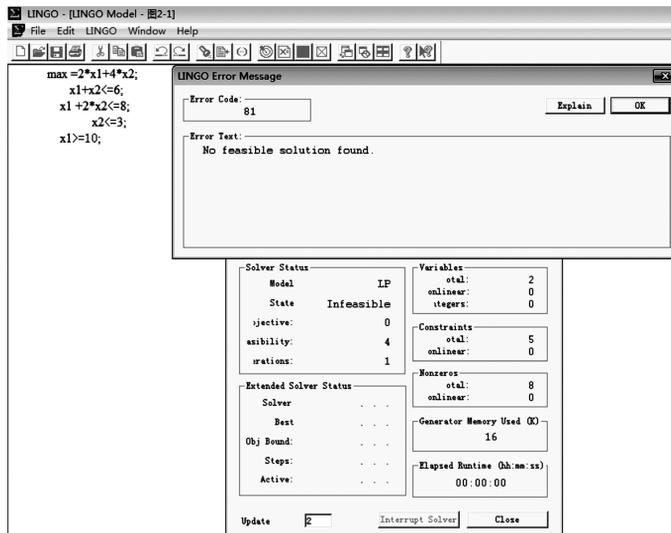


图 2-3 无可行解示例

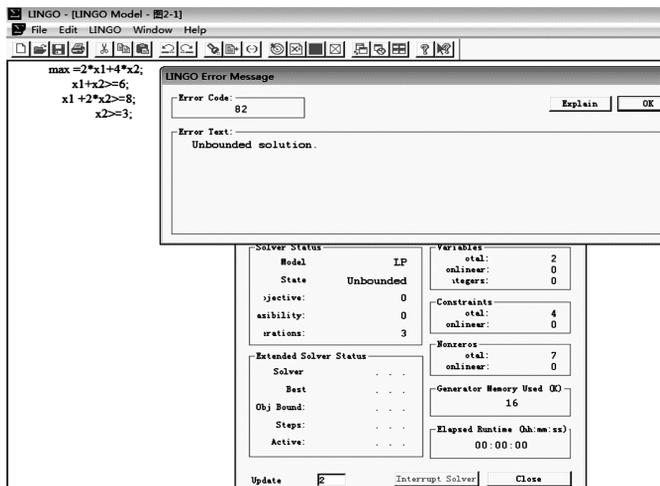


图 2-4 无界解示例