
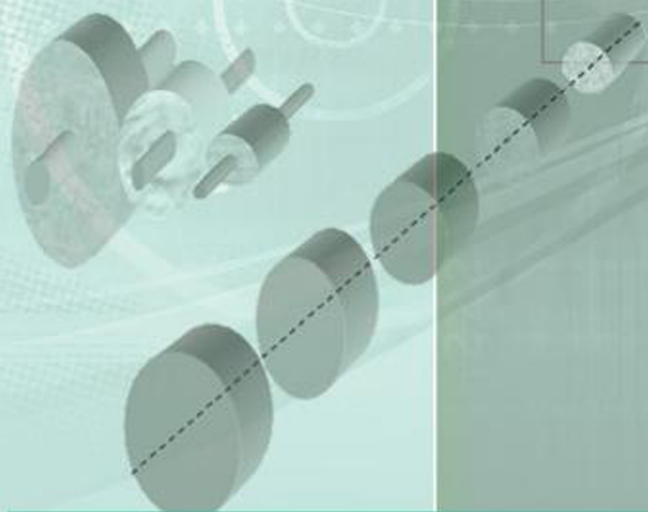


顾致平 刘永寿 著



非线性转子系统中的
传递矩阵技术



 科学出版社
www.sciencep.com

非线性转子系统中的 传递矩阵技术

顾致平 刘永寿 著

本书由西安工业大学专著基金资助出版

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书首先介绍了国内外在传递矩阵技术方面的研究进展情况及数学建模基础和数学建模方法现状,然后系统研究了将传递矩阵技术扩展应用于分析非线性转子系统动力响应的方法及传递矩阵技术与等效线性化技术结合的过程。内容阐述简明扼要、深入浅出。

本书适用于电力、机械、航空、宇航、石化、纺织、采矿、交通等工程部门的科技人员,以及有关专业的研究生和本科生。

图书在版编目(CIP)数据

非线性转子系统中的传递矩阵技术/顾致平,刘永寿著.—北京:科学出版社,2010.10

ISBN 978-7-03-029088-5

I.非… II.①顾…②刘… III.非线性-转子-矩阵-研究 IV.TH133

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 187877 号

责任编辑:余 丁 卜 新 / 责任校对:陈玉凤

责任印制:赵 博 / 封面设计:陈 敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2010 年 10 月第 一 版 开本: B5(720×1000)

2010 年 10 月第一次印刷 印张: 5 3/4

印数: 1—2 000 字数: 108 000

定价: 50.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

传递矩阵技术是国内外近 20 年来兴起的一种结构分析工具之一。它借助计算机,利用矩阵的简单相乘对结构进行静态、动态和稳定性分析。在各种分析计算方法中,由于传递矩阵技术具有简单方便,传递矩阵阶数低,所用计算机存储量少、机时短,无须预知振型,能计算至高阶临界转速,易为一般工程技术人员掌握等优点,近年来特别受到重视,该分析技术已在电力、机械、航空、石化、纺织、采矿等大型旋转机械设计与动力响应分析中得到广泛应用。

本书是作者十多年来在对传递矩阵技术深入研究的基础上编写而成的,体现了作者在这方面的许多科学研究成果,同时介绍了国内外在传递矩阵技术方面的一些研究进展,展示了结构分析中传递矩阵技术的实施过程。内容阐述简明扼要,深入浅出。希望本书的出版能帮助读者深入了解传递矩阵技术,并用本书所给的传递矩阵技术分析非线性转子-轴承系统动力学响应,尤其是大型复杂转子-轴承系统动力学响应。

本书第 1 章主要介绍了非线性转子-轴承系统中传递矩阵技术的研究现状,第 2 章主要介绍了传递矩阵技术的数学建模基础和数学建模方法现状等,第 3 章主要介绍了非线性转子-轴承系统瞬态分析的 Prohl 传递矩阵瞬态分析技术和 Riccati 传递矩阵瞬态分析技术,第 4 章主要介绍了非线性转子-轴承系统动力响应的模态叠加——传递矩阵技术,第 5 章主要介绍了非线性转子-轴承系统稳态响应的传递矩阵——等效线性化技术。

本书在编写过程中,得到了博士研究生导师方同教授、和兴锁教授、任兴民教授的大力帮助,作者对此深表谢意。

由于非线性系统的传递矩阵技术是一个正在迅速发展的新技术,许多研究工作还不够成熟,加之作者水平有限,不妥之处在所难免,衷心欢迎读者批评指正。

顾致平 刘永寿

2010 年 8 月

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 非线性转子-轴承系统中传递矩阵技术的发展历程	1
1.2 传递矩阵技术在工程中的应用	8
参考文献	11
第 2 章 传递矩阵技术的数学力学基础	16
2.1 数学建模方法现状	16
2.2 传递矩阵技术基础	17
2.2.1 传递矩阵法原理	17
2.2.2 典型元件的传递矩阵	17
2.2.3 轴段的场传递矩阵	18
2.2.4 集中质量的点传递矩阵	22
2.2.5 粘弹性支承元件的传递矩阵	23
2.2.6 轮盘站的传递矩阵	23
2.3 挤压油膜阻尼器轴承的油膜力模型	24
2.3.1 挤压油膜阻尼器在航空发动机上的应用	25
2.3.2 机动飞行对发动机振动的影响	25
2.3.3 挤压油膜阻尼器工作原理	26
2.3.4 挤压油膜阻尼器的油膜力	28
2.3.5 挤压油膜力的非线性特性分析	30
参考文献	33
第 3 章 非线性转子-轴承系统瞬态分析的传递矩阵技术	37
3.1 Prohl 传递矩阵瞬态分析技术	37
3.1.1 借 Newmark 差分公式建立传递矩阵	37
3.1.2 用改进的 Prohl 传递矩阵法求瞬态响应	41
3.1.3 改进的 Prohl 传递矩阵法的数值稳定性分析	42
3.1.4 例题及讨论	43
3.2 连续空间离散时间——传递矩阵分析技术	46
3.2.1 线性转子系统的传递矩阵瞬态分析技术简介	46
3.2.2 连续空间离散时间——Riccati 传递矩阵积分法	47

3.2.3	计算分析结果	48
3.3	Riccati 传递矩阵瞬态分析技术	52
3.3.1	Riccati 传递矩阵法的改进	52
3.3.2	新型传递向量 $\{z^*\}_j$ 的传递矩阵	53
3.3.3	方法的数值稳定性分析	55
3.3.4	例题及分析	57
	参考文献	60
第 4 章	非线性转子系统动力响应分析的模态叠加-传递矩阵技术	62
4.1	轴段场传递矩阵的建立	62
4.2	非线性转子系统的瞬态分析	65
4.2.1	方法概述	65
4.2.2	计算结果分析	66
	参考文献	69
第 5 章	非线性转子系统稳态响应分析的传递矩阵-等效线性化技术	70
5.1	等效线性化——Prohl 传递矩阵技术	70
5.1.1	研究的基本思路	70
5.1.2	非线性元件的谐波平衡线性化	71
5.1.3	线性化技术的理论分析	71
5.1.4	算例及结果分析	74
5.2	非线性多转子——支承系统的偏置协调响应分析	77
5.2.1	Riccati 传递矩阵法及系统稳态响应的求解	77
5.2.2	矩阵传递方式分析	79
5.2.3	例题及计算结果分析	79
5.3	小结	84
	参考文献	85

第 1 章 绪 论

1.1 非线性转子-轴承系统中传递矩阵技术的发展历程

关于转子动力学第一篇有记载的文献是 1869 年 Rankine^[1]发表的题为“论旋转轴的离心力”一文,该文得出“转轴只能在一阶临界转速以下稳定运行”的结论,致使很长时期内转子的转速被限制在一阶临界转速以下。直到 1919 年, Jeffcott^[2]指出,转轴系统在超临界运行时,转子会产生自动定心现象,因而可以稳定运行。这一结论使得旋转机械的功率和使用范围大大提高。但随之而来的是,转速的超临界运行致使系统中产生自激振动并产生动力失稳等问题,且这种失稳被证明主要是由于油膜力造成的。近几十年来,人们对转子-轴承系统的线性(包含一些非线性)动力响应及动力稳定性问题进行了大量的研究,有关这方面的研究文章就有万篇之多^[3~7]。

关于旋转机械多自由度非线性动力学理论及非线性动力学数值分析方法的研究是转子动力学研究的主要内容之一。

转子-轴承系统的临界转速的研究和计算最早受到关注。19 世纪 70 年代产生的“柔轴理论”就是提出了临界转速障碍问题。在以后的一个相当长的时期内,许多研究力量都放在计算出复杂转子-轴承系统的临界转速上,以求避开共振。

近年来由于转子越来越往高速和细长方向发展,已经不能再满足于只知道系统本身的临界转速,还需考虑转子在工作转速范围内的不平衡度和其他外界因素引起的振动究竟有多大,也就是要作动力响应计算,并把它作为转轴工作状态的一种度量。

20 世纪 50 年代以来,确定临界转速,预估不平衡响应的问题,国内外的主要趋势是发展计算分析方法。目前发展了许多种方法,主要有有限元法、模态综合法和传递矩阵法。有限元法首先应用于工程问题,是在 20 世纪 50 年代中期,由于大型计算机的发展,促进了有限元法的兴起,现已发展成为一种有效的数值计算方法。但它在处理大而复杂的结构和单元的选取上,会遇到以下困难:①自由度可能超过现有计算机能力,其超过一般微机容量是常见的;②费机时,经济上不合算;③在振动计算中若单元划分不当则不仅会影响精度,甚至会导致错误的结果。由于在复杂系统的动力分析中,遇到技术和经济上的困难,20 世纪六七十年代在结构动力分析中发展出了模态综合法。它是 Rayleigh-Ritz 法与有限元法综

合的结果。它的基本思想是按工程观点或结构的几何轮廓,并遵循某些原则要求,把完整结构人为地抽象肢解成若干子结构(或部件),首先对自由度少得多的各个子结构进行动态分析,然后经由各种方案,把它们的主要模态信息(常为低价模态资料)予以保留,并借以综合完整结构的主要模态特性。其主要优点是:在建立复杂结构的力学模型时,可以从量级上大幅度缩减自由度而又不改变在一定频率范围内问题的物理本质。这使上述诸问题得到了不同程度的解决,现已广泛地应用于复杂结构特征值求解和响应分析^[8~14]。在用模态组合法分析结构动力学问题时,十分重视子结构主模态集的获得,一般都要进行子结构的特征值计算以获得子结构的主模态和综合后对系统进行特征值计算,再经模态叠加法进行动力响应分析。因此,许多计算机机时用于特征计算。对于大型超大型复杂系统特别是强非线性系统进行动力分析仍是效率很低的且占用很多内存,而且模态合成时,必须作截阶处理,还会带来一定误差。尤其是在转子动力学中,由于转子系统结构的复杂性,有时难以准确找到子结构的主模态集。在这种情况下基于陀螺系统广义瑞利商的驻值原理,取其完备的容许函数集作为子结构的李兹基,虽可以大大简化模态组合法在转子动力学中的应用,但这只是一种权宜之计,特别对大型复杂系统,不经过特征值计算而选用现成的李兹基矢量的计算结果是不可轻信的。

随着转子动力学研究的不断深入,计算方法和计算手段开始成为束缚其发展的主要矛盾,由于解析法只适用于一些特殊的力学模型,而工程实际中的转子-轴承系统通常结构复杂,相应的动力学方程无法求得解析解,很多学者开始致力于这方面研究,于是各种近似计算方法相继被提出。

Myklestad 和 Prohl 把 Holzer 用以解决多圆盘轴扭振问题的初参数法成功的推广到解决轴的横向振动问题中来,从而可以使用简单的计算工具,通过表格化的方式来计算转子的临界转速。随着计算机技术的发展,以及在振动问题的研究中采用矩阵运算,初参数法就发展成了传统的传递矩阵法。这种对于一个质量离散后的转子-轴承系统,以挠度、斜率、弯矩和剪力作为截面的状态向量并进行传递的传递矩阵法,称为 Prohl 法。传递矩阵法的优点是矩阵的阶数不随系统自由度的增大而增加,各阶临界转速的计算方法完全相同,而且编程简单、占用内存少、运算速度快,特别适用于像转子这样的链式系统。这使得传递矩阵法成为解决转子动力学问题的一个快速而有效的方法,并得到了广泛的应用。但是 Prohl 法随着试算频率的提高,运算精度会降低,这在大型转子-轴承系统中尤为突出,这种数值不稳定首先发生在计算振型时,表现为转子-轴承系统尾部幅值的急剧增加,接着频率方程式的根也开始发生错误或者丢根等。

为避免迭代搜索,1971年 Pilkey 和 Chang^[15]提出了求解多项式的新方法,即多项式法,他们认为频率方程式或特征行列式实际上就是多项式,他们推导出了

无阻尼转子-轴承系统整体传递矩阵的通用表达式。然而,由于解法的限制,当时这种方法只能求实特征值,最多可以计算 4×4 阶矩阵,而且无法考虑陀螺力矩和水平与垂直方向的耦合效应。此外,这时 Prohl 法和多项式法的另一个局限性就是无法应用于各向异性支撑的转子-轴承系统中去,直到 1974 年 Lund^[16]首先在传递矩阵中采用复数振动量,并引入了系统的阻尼和起不稳定作用的因素,从而使传递矩阵法可以求解复特征值,也就可以应用到各向异性支撑的转子-轴承系统中去,并开始用于稳定性分析,大大扩充了传递矩阵法在转子动力学中的应用范围。

1975 年 Bansal 和 Kirk^[17]将多项式法应用到转子-轴承系统稳定阈速和有阻尼临界转速的计算中来,并利用 Muller 法求解特征多项式的复特征值。1983 年 Murphy 和 Vance^[18]做了类似的工作,他们利用 Bairstow 法求解特征多项式。1985 年我国学者陆颂元^[19]又对多项式法作了改进,他采用小阶矩阵分块一次递推,直接求出系统的特征多项式,然后用 Bairstow-Newton 法求解系统的特征多项式。陆颂元的解法比 Murphy 和 Vance 解法大约快了 50%,文献[20]是这种方法的一个应用。1990 年 Kim 和 David^[21,22]对多项式法又进行了改进,他在各节点传递矩阵相乘时不将数值带入,在传递矩阵计算过程中,通过矩阵变换,将矩阵相乘变为多个矩阵的重新排列和矩阵相加,从多项式方程行列式中导出特征多项式,然后利用 QR 法求解特征多项式,这种子方法可以求出系统的全部特征值,并且避免了求解过程的漏根问题。

围绕着如何改善 Prohl 传递矩阵法的数值不稳定性问题,许多学者一直在不停地努力研究,但是一直没有从根本上解决这个问题。直到 1978 年 Homer^[23]提出了 Riccati 传递矩阵法,这种方法通过 Riccati 变换,把原来微分方程式的两点边值问题变换成一点初值问题,从而在保留传统传递矩阵法所有优点的同时,从根本上提高了传递矩阵法的数值稳定性。但是 Riccati 也有其局限性,目前常用的求解 Riccati 频率方程式的 Newton-Raphson 法(切线法)和 Muller 法(抛物线法),如果不求出方程的所有根,那么在复平面进行根搜索时,将出现漏根的危险,特别是对于阻尼大的系统。此外,由于迭代求解过程并没有规律,因此在求得一个实根或共轭复根后,为了避免重复搜索,需要将这个根的因子从原方程中避除,但在此之后求出的根的精度也随之下降。1987 年,王正又对其进行了完善处理,消除了奇点对计算结果的影响。近年来随着机组的大容量化,又发展了一些新的算法以分析计算复杂的多转子-多轴承支承系统,如传递矩阵-阻抗耦合法、传递矩阵-分振型综合法、传递矩阵-直接积分法等^[24~26]。

Takuzo^[27]用传递矩阵法研究了滑动轴承支承的齿轮轴系,比较了弯扭耦合和不耦合的情况下系统的特征值和不平衡响应,得出的主要结论为:弯扭耦合将产生新的特征值,扭转振动和弯曲振动是相互影响的。这说明弯曲振动和扭转振

动除了具有各自的固有振动特性外,两者还存在一定程度的耦合作用。

文献[28]对齿轮传动转子系统弯曲和扭转两种振动形式进行了综合分析,导出了计算系统耦合情况下的固有频率与振型的传递矩阵公式。计算结果表明,在考虑弯曲振动和扭转振动耦合情况的齿轮系统的固有频率下与不考虑耦合情况的计算结果相差很大。

1992年,张辉等^[29]用传递矩阵法分析了一个齿轮增速器的动力学特性,给出的结论是:如果不用弯扭耦合理论分析齿轮轴系的振动,有可能漏掉许多重要的临界转速。

对于复杂多转子系统,于百胜等对于多输入-单输出的分叉结构系统的传递矩阵计算方法进行了讨论。杨建刚等提出了一种传递矩阵和参数匹配相融合的改进传递矩阵的方法,将转子系统分成多个子系统,对各个子系统建立传递矩阵模型,然后利用各个子系统在结合面处参数匹配条件建立系统特征方程,进而求解,得出系统特征值。黄太平等利用传递矩阵法和阻抗耦合法、模态综合法、直接积分法相结合,对多转子系统的振动特性进行了研究。这些方法主要是将多转子系统分为由几个单转子的子结构组成的结构,将各子结构接触面的内力用代求外力代替,根据两相邻子结构接触面位移协调条件建立补充方程。不过由于实际工程结构的复杂性,很难建立统一的补充方程,因此用子结构计算多转子系统时,模型处理繁琐,编制通用程序困难。

1998年,Nikolajsen以双跨四支承转子为例,综合运用影响系数法、有限元法、传递矩阵法计算轴承的偏心率,并计算了标高变化对轴系失稳转速的影响; Bansal运用传统的传递矩阵法,以模拟200MW机组轴系的四跨五支承转子为对象研究轴系的临界转速和稳定性;Lund、Glienicke^[30,31]用传统的传递矩阵法解决了大型复杂轴系的稳定性计算问题。

Riccati传递矩阵法计算单转子临界转速时,可以避免矩阵出现病态或奇异,防止数值运算失稳,但是会出现新的奇点——异号无穷型奇点。为此,有学者将整体传递矩阵法与改进型的Riccati法相结合,提出整体传递矩阵改进型Riccati法,推导出齿轮耦合单元的耦合矩阵,将此方法推广用于齿轮耦合多转子系统的动力学计算分析中,并分析了齿轮耦合对转子系统的临界转速和不平衡响应的影响。整体传递矩阵法是近年来在经典传递矩阵法的基础上发展出的一种有效分析方法,成为研究弯扭耦合振动的有效工具。整体传递矩阵法非常适合于链式结构的建模和分析计算,可以方便地考虑陀螺力矩、不平衡等因素,并且引入了齿轮耦合单元的概念^[32]。传递矩阵的阶数不随系统的自由度数增大而增加,编程简单,占内存少,运算速度快,现已在转子动力学计算中占有重要地位。

利用整体传递矩阵法开展齿轮传动系的弯扭耦合振动分析方法的研究,不但可以对齿轮传动系进行有效的动力学特性分析和结构动力优化,提高齿轮系统的

工作可靠性和安全性,而且对于解决整体传递矩阵法分析各种分叉结构、啮合方式等关键问题均有重要的理论意义。整体传递矩阵法分析齿轮啮合系统振动特性的关键是建立齿轮啮合耦合单元的传递矩阵,不同结构的齿轮系统,包括齿向关系、轴向关系,具有不同的力学关系和协调条件,只有正确把握规律,熟知齿轮构造,经过严密的动力学推导,才能建立准确的耦合单元矩阵。

几十年来,这一方法不断得到改进、完善和补充。目前,它已能有效地分析和计算大型线性转子-轴承系统的临界转速、振型和不平衡响应。将传递矩阵法应用于线性转子-轴承系统的研究比较多且充分的原因是线性系统的响应可以表示为 $y = Ae^{\lambda t}$ 。因此,各站位间状态变量的传递关系很容易建立。但是对非线性系统,其响应不再能表示为 $y = Ae^{\lambda t}$ 。由于在传递关系的建立和数值稳定性方面遇到的困难,使得传递矩阵法的应用在相当长的时期内被限制于线性系统。随着研究的深入,研究者们又寻找到多种等效线性技术^[33~35],他们先将非线性成分等效线性化,然后用传递矩阵法分析。这些方法仅适用于分析含非线性元件转子-轴承系统的稳态响应(主谐波响应)。

在各种分析计算方法中,由于传递矩阵法具有简单方便、传递矩阵阶数低、所用计算机存储量少和机时短、无需预知振型、能计算至高阶临界转速、易为一般工程技术人员所掌握等优点,近年来特别受到重视。有关传递矩阵法,近期的研究主要集中在以下两个方面:①在方法上继续改进与发展,以扩大其用途,使之能分析非线性系统的瞬态响应和次谐波响应;②对传递矩阵法本身作改进,以提高其数值稳定性。

目前,国内外在这两个方面的研究都还很初步^[33~38],关于①的研究现有的典型作法是将非线性项在每个时间步长 Δt 内线性化(如非线性项 $F(y, \dot{y})$ 可线性化为 $F(y(t_{i+1}), \dot{y}(t_{i+1})) = F(y(t_i), \dot{y}(t_i)) + \partial F / \partial y |_{t=t_i} \Delta y(t_i) + \partial F / \partial \dot{y} |_{t=t_i} \Delta \dot{y}(t_i)$),同时假设加速度在每个时间间隔 Δt 内保持不变, $\ddot{y}(t_i) = a = (\dot{y}(t_i) + \dot{y}(t_{i-1}))/2$,据此导出状态变量的传递关系,并在简单的非线性转子-轴承系统上进行了应用。这种做法很粗糙。它未跳出线性化方法的框框,没考虑非线性元件本身的非线性,仍将非线性项做线性化近似处理。对强非线性项,这种线性化几乎是不可能的,尤其是对于大型复杂非线性转子-轴承系统。因此,它的应用十分有限。关于②的研究,涉及这方面的文章很少。近年来出现的 Riccati 传递矩阵法^[39,40]把 Prohl 传递矩阵法的边界值问题改变为初值问题,因而改进了其数值稳定性。但在分析非线性系统的动力响应时,即使是简单的非线性转子-轴承系统,它也常常会出现数值不稳定现象^[41,42],这大大限制了传递矩阵法在非线性系统中的应用。

关于盘轴耦合振动分析也是转子动力学研究的主要内容之一。这方面的研究工作主要有 Shahab 和 Thomas^[43]利用有限元法和旋转周期的概念讨论了多重

盘-轴系统中盘轴振动的耦合效应; Wu 和 Flowers^[44] 利用变换矩阵法通过附加项的方式研究了柔性盘轴的耦合效应; Sakata 等^[45] 利用有限元法研究了具有弹性支承的弹性盘轴系统的振动特性; Wu 和 Flowers^[46] 利用实验考察了转子系统中弹性盘的动力学行为; Chun 和 Lee^[47] 利用子结构综合法和假设模态法, 研究了柔性转子系统中弹性旋转桨叶的振动模态; Loewy 和 Khader^[48] 对旋转叶轮机叶片和弹性轴的耦合振动特性进行了分析。

转子系统的动力稳定性问题是转子动力学研究的又一主要内容。在过去的几十年里, 该领域已经有了很多研究成果。McLaclan^[49] 第一次对 Mathieu 方程进行了研究和总结, 为研究参数振动的稳定性问题奠定了数学基础。Bolotin^[50] 根据 Floquet^[51] 在 70 多年前提出的动力不稳定区域的概念, 对近 10 多年来有关该领域的研究成果进行了一次最完整的总结, 为参数振动系统的动力稳定性问题的研究奠定了理论基础。此后, 很多学者对参数激励系统的动力稳定性问题进行了一些卓有成效的研究, 其中对周期载荷作用下转子系统的动力稳定性研究是最重要的研究内容。Unger 等^[52] 最早对周期载荷作用下简支和夹支转轴系统的动力稳定性进行了分析, 根据 Floquet 所定义的动力不稳定的概念, 得到了 $2T$ 周期解动力不稳定区域。Lund 等^[53] 最早利用传递矩阵法对柔性转子系统的不平衡响应进行研究, 并与实验数据进行了比较。Ruhl^[54] 最早将有限元法应用于转子支承系统的稳定性研究, 此后 Ruhl 等^[55] 也做了类似的工作。但在他们的工作中, 很多重要的影响因素, 比如转动惯量、回转效应、剪切变形和内阻, 都被忽略掉了。在近期的研究中, Chen 等^[56] 利用有限元法研究了轴向周期载荷作用下简支转轴的動力不稳定性, 得出了 Floquet 意义下的动力不稳定区。接着在 1998 年, 他又利用有限元法研究了层合轴在周期性载荷作用下的动力稳定性^[57], 但在这一研究中, 他没有考虑粘弹性支承和各种非线性因素的影响。

假设模态法是研究弹性盘轴转子系统的主要方法之一。其基本思想是 Ritz 法, 与有限元方法不同, 假设模态法不直接对转轴的几何形状和物理参数作简化, 它保留原系统的实际结构, 但假设轴的变形是由若干个满足几何边界条件的许可函数组成, 许可函数的选择具有一定的随意性, 只要满足几何边界条件即可。其优点在于, 如果许可函数选择适当, 就可以用极少数的几个函数来对系统的涡动形态作出满意的逼近, 从而大大减少系统的自由度。文献[58]利用子结构合成法和假设模态法, 研究了考虑汽轮机旋转叶片的弹性对柔性轴振动模态的影响, 在其模型中, 综合考虑了科氏力和陀螺力等的影响。文献[59]利用子结构合成技术和假设模态法, 研究了多盘转子系统的振动特性, 并与实验结果进行对比, 证明了对于多盘转子系统, 轴的横向运动仍然只与盘的单节径弯曲形态耦合。文献[60]利用 Hamilton 原理, 建立了 Timoshenko 梁模型下具有时变旋转速度时转轴系统的动力控制方程, 并用假设模态法进行离散, 采用多尺度法得到了系统的动力不

稳定区。文献[61]采用假设模态法分析了多盘转轴系统的耦合振动,考虑了盘的弹性变形及离心刚化的影响,并以多碟硬盘系统为例进行了分析。文献[62]采用假设模态法分析了 Timoshenko 梁模型下多盘转轴系统的耦合自然频率,考虑了盘的弹性变形及离心钢化的影响。这方面的研究工作还有很多,典型的研究见文献[63]~[67]等。

转子系统的非线性动力学研究是近年来的研究热点,文献[68]提出多重谐波平衡法(MHBM),并以非线性 Jeffcott 转子为例,对其内共振进行了分析,该方法可以用来分析含多个外激励源的高维非线性系统,比如多盘转子系统、汽车传动减速系统等。文献[69]利用多尺度法对非线性支承-弹性盘-轴系统的振动特性进行了分析,非线性支承主要用一个非线性弹簧和一个线性阻尼来模拟,转轴采用 Timoshenko 梁模型,且考虑了剪切变形和转动惯量的影响。文献[70]基于 Kirchhoff 板理论和 von Karmam 几何非线性理论,得出了角加速度旋盘系统的动力控制方程,采用 Galerkin 技术,对系统的非线性动力响应进行了研究。文献[71]对刚性盘-柔轴系统的稳定性和非线性动力响应进行了分析,其中盘位于轴的中间,两端简支,且考虑了轴的材料粘性。文献[72]提出了一种新的数值算法,主要用来计算强非线性保守多自由度系统在周期激励下的动力响应、稳定性和分岔,它采用自由度缩减技术,且综合运用打靶法、拓展法及 Floquet 理论等,对强非线性的多自由度转子系统进行了分析。文献[73]采用有限元法对非线性支承的转子系统的动力响应进行了讨论,且利用 Floquet 理论分析了系统周期响应的稳定性。

综上所述,传递矩阵技术在分析线性系统的动力响应方面已研究的比较充分,在分析非线性系统的动力响应方面才刚刚起步,而对强非线性大型复杂转子-轴承系统还是个空白。

本专著介绍了作者十多年来在传递矩阵技术理论方面所做的研究工作及其成果,为分析强非线性复杂大型转子-轴承系统的瞬态响应和非协调响应提供了新的、更有效、更经济和更简便的分析技术。主要贡献如下:

(1) 深化与发展了传递矩阵技术,将其有效地扩展应用于非线性转子-轴承系统,特别是大型复杂强非线性转子-轴承系统的动力响应分析,书中介绍了用有限差分法帮助建立状态变量的瞬时传递关系,同时还用它作数值积分,有效地解决了在建立状态变量的传递关系和改进传递矩阵法的数值稳定性方面遇到的难题。本书发展的分析技术跳出了线性化方法的框框,在分析过程中未对非线性项作任何的近似处理,因而特别适合于考虑强非线性系统。

(2) 对传递矩阵法本身作改进,提出用速度或加速度作状态变量而不是传统的位移,改进了传递矩阵法的数值稳定性。本书对传递矩阵法的矩阵传递方式作了改进。针对多分支链式结构,提出采用从结构各端头向中间传递的方式,而不

是传统的从结构左端向右端的传递方式,提高了传递矩阵法的数值稳定性。

(3) 本书提出将等效线性化技术与传递矩阵技术结合,求解大型复杂非线性转子系统的稳态不平衡响应,首先用等效线性化法将非线性元件换为具有等效参数的线性元件,得到一个等效线性系统,然后用 Riccati 传递矩阵法分析等效线性系统。大大简化了分析过程,提高了计算效率。书中提出的等效线性化方法,对于含有非线性元件的多自由度系统的偏置协调响应和非协调响应均适用。

总之,本书的研究工作将改变以往分析非线性系统动力响应的方法:先建立整个系统的运动微分方程,然后作数值积分;将改变传递矩阵技术只能分析线性系统动力特性的现状;将深化与发展传递矩阵法理论,提高其数值稳定性,拓宽其应用范围,使之能分析非线性系统瞬态响应和非协调响应,为设计与研制非线性大型转子-轴承系统提供了一种新的、更有效、更经济和更简便的分析技术,使一般工程技术人员在一般微型计算机上就能分析强非线性复杂大型转子-轴承系统的瞬态响应和非协调响应。本书的研究成果可为电力、机械、航空、石化、纺织、采矿等重要国民经济部门中的大型复杂结构的动力响应分析提供有效的分析手段。这将大大加快对强非线性大型复杂转子-轴承系统的研制,有效预防事故的发生。

1.2 传递矩阵技术在工程中的应用

旋转机械在国民经济各个部门应用广泛,而大型旋转机械是国家基础设施和基础工业中最关键和最核心的设备之一。随着科学技术及工业经济的发展,我国电力、机械、航空、石化、纺织、采矿等重要国民经济部门迫切需要高质量、高性能的大型旋转机械,因此人们对旋转机械的设计提出了新的更高的要求。在性能上要求:高转速、高功率、高可靠性、长寿命;在结构上要求:结构紧凑、体积小、重量轻,致使一些转子的的工作转速超出系统一阶、二阶,甚至更高阶临界转速。这就要求旋转机械提供更高的功率,具有更大的功率重量比,使旋转机械向着大型化、结构复杂化、相对轻型化、高速化和智能化方向发展,其势头近年来愈加迅猛。因此,转子-轴承系统的振动问题越来越突出。以大型汽轮发电机组来说,由于转子长、重量大,柔度比较大、从经济的角度考虑,汽封间隙又控制的比较小,转子的不平衡是不可避免的,加之安装不良所引起的不对称或启、停操作不当使转子发生热弯曲以及其他原因都会造成振动。对于一台 200MW 汽轮发电机组而言,从停机到揭缸直轴,然后再安装上去,整个过程需要 30 天的时间,这期间将减少发电量 1.4 亿 kW·h,造成直接或间接经济损失就在 7 亿元左右^[74]。此外,由于振动使新机组不能正常投运,已投产的机组被迫减负荷或频繁启动等现象更是屡见不鲜,国内外各种旋转机械发生的事故,包括恶性事故不胜枚举^[75~77],例如:

(1) 1956 年 3 月 4 日和 3 月 18 日美国亚利桑那电站和匹兹堡电站两台机组

在调试过程中都因振动过大导致断轴事故发生。

(2) 1972年日本海南电厂第一台600MW汽轮发电机组在运行调试过程中,因振动过大导致长达51m的发电机转子断裂飞逸,造成整台机组毁坏。

(3) 1986年4月27日苏联切尔诺贝利电站4号机组在运行过程中发生突发性的振动,导致核泄漏,当时致2000人死亡,数万人遭受核辐射,经济损失高达数10亿美元,并带来了不可恢复的环境影响。

(4) 韶关电厂#9号200MW汽轮机1992年11月由于锅炉灭火故障,使机组迅速减负荷停机。其后进行了三次机组升速,未到额定转速即发生强烈振动,由于运行操作不当,使低温蒸汽进入汽缸,最大温差达90℃,转子的振动造成大轴弹性弯曲,又因升速过快,未能及时发现处理,使高压转子高压轴封处永久性弯曲0.18mm。

(5) 某电厂#4号125MW机组,在2000年3月大修结束后第一次开机过程中振动正常,但定速后低缸前测3瓦振动开始爬升,约1小时后振动达250μm,导致跳闸,被迫停机。

(6) 郑州热电厂#2号200MW机组,1993年2月调试并网带负荷300MW, #5号轴承出现70~100μm的振动。停机后讨论分析#5号轴承的振动原因,确定再进行热态启动。500r/min停留约1分钟,检查各工矿参数为正常后,提升至1400r/min停留检查发现轴承振动信号报警(大于250μm),但是转速未能得以控制,滑升至1580r/min, #1号轴承振动增大;转速滑升至1750r/min, #1号轴承出现50μm的振动,才打闸停机。降速过程中多个轴承与转子振动测点振动超标, #2号轴承汽封油档处冒火花,停转后测量大轴晃动值2.1mm。

(7) 巴基斯坦古杜电厂210MW汽轮发电机组,热态启动前未测量大轴挠度,以500r/min暖机运行10min,又升速至1400r/min但未作振动检测,机组产生强烈振动,并伴随金属摩擦的尖叫声,约30~40s后打闸停机。停车测量#2号轴颈晃动值为1.3mm。揭缸检查高压转子在同一侧的1/3弧段内出现叶轮脱落或损坏、叶片铆钉头磨平、汽封与挡汽环出现沟槽等严重损伤情况,位于高压转子调节级前的最大弯曲值为1.2mm。

(8) 杨树浦电厂#18号机继1991年大轴弯曲事故之后,时隔一年,1992年1月28日热态启动时,转速升至1000r/min,低压轴封出现摩擦异声,振动增大和冒烟等现象,停机发现大轴已弯曲,揭缸检查,隔板汽封磨损量一般为0.20~0.30mm,最大弯曲处单侧磨损达0.58mm。汽轮机大轴共有3个弯折点,最大弯曲在中部第三叶轮空档。

(9) 辽宁电厂#14号200MW机组,1992年3月底以冷态启动至1800r/min,发生强烈振动,高压缸转子与隔板汽封摩擦,停机检查,发现在高压转子第二、三级叶轮之间永久弯曲值为0.15mm。

(10) 中石化金陵分公司热电联合车间 2 号机是上海汽轮机厂设计制造的 50MW 双轴机组,型号为 CC50-90/42/15。该机组于 1991 年 12 月投产,至 2002 年 9 月累计运行 26 837h,运行期间发生了多次叶片断裂事故,经历了 3 次大修,严重影响机组的安全与稳定运行^[78]。

(11) 哈尔滨第三发电有限责任公司的 600MW 发电机组,当机组运行通过临界转速区时,其的 11 号瓦的振动问题是一个通病,直接造成灾难性后果及巨大的经济与社会损失^[79]。

(12) 石横电厂 3 号机组大修后 7 号瓦升速过程中及定速期间因碰摩以及励发对轮联接螺栓紧力不均造成轴振严重超标^[80]等。

查清与研究这类事故的原因,从而能在设计与研制中较准确地预估与防止或控制,这些正是有关科研人员面临的任务。然而由于转子-轴承系统的特殊性、复杂性与强非线性以及现有的分析方法、计算机的容量与运算速度,工程师们的经验,试验设备与空间所限,工程师们对它们进行分析与试验的困难很大。为协助查清与研究这些事故的原因,辅助设计与研制强非线性复杂大型转子-轴承系统,使一般工程技术人员在一般微型计算机上就能分析强非线性复杂大型转子-轴承系统的动力响应,需要提供新的、有效的,经济的和简便的分析技术。

由于传递矩阵法具有许多优点,如具有简单方便、传递矩阵阶数低、所用计算机存储量少和机时短、无需预知振型、能计算至高阶临界转速、易为一般工程技术人员所掌握等,近 20 年来特别受到重视。许多学者将传递矩阵技术应用于分析复杂大型转子-轴承系统的临界转速、稳态响应、非协调响应、瞬态响应和稳定性,以及尝试改进传递矩阵技术,拓宽其应用范围^[81,82]。例如,北京航空航天大学 405 教研室的朱梓根教授针对航空发动机转子系统动力分析,提出了整体传递矩阵法:该方法首先将各子结构相应结点的状态向量放在同一列阵中构成整体状态向量,然后把各子结构相应单元的传递矩阵放在同一方阵中构成整体传递矩阵,最后将系统视作整体沿直线作传递。之后任光明和蒋书运等又发展了整体传递矩阵法,对耦合单元的概念给出了定义,推导出了各向同性和各向异性耦合单元的传递矩阵。闻邦春、顾家柳等^[25,26]在总结分析了复杂转子系统临界转速与不平衡响应的各种方法基础上,提出了传递矩阵-分振型综合法、传递矩阵-阻抗耦合法和传递矩阵-直接积分法。Lim 等^[83]用传递矩阵法研究了滚动轴承支承的直齿轮转子系统的振动特性。东南大学的毛海军博士^[84]将分布质量矩阵引入 Riccati 传递矩阵法中,对内圆磨床主轴系统建模,计算其频响函数等。文献[29]用传递矩阵法分析了一个齿轮增速器的动力学特性。文献[85]将传递矩阵技术应用于分叉结构系统。文献[86]将传递矩阵技术与轴承分析理论对高速机床主轴的临界转速及其主振型、不平衡响应和动静刚度进行了综合分析。蒋书运等^[87]提出用整体传递矩阵法分析计算多转子系统的动力响应和航空发动机的临界转速。文献

[25]提出了传递矩阵阻抗耦合技术。文献[81]在改进了传递矩阵技术的基础上,分析了转子系统的不平衡响应及灵敏度。文献[88]用传递矩阵技术分析了机床主轴的刚度等。

正是由于工程实际中不断提出问题以及科学家们前赴后继不断地深入研究和探索,才使得传递矩阵技术在转子-轴承系统的动力响应分析中,特别是大型复杂强非线性转子-轴承系统的动力响应分析中取得了丰硕成果和许多重要进展。它们为协助查清与研究这些工程实际中出现事故的原因,辅助设计与研制强非线性复杂大型转子-轴承系统,使一般工程技术人员在一般微型计算机上就能分析强非线性大型复杂大型转子-轴承系统的动力响应,提供了新的、有效的、经济的和简便的分析技术,这些新技术的使用必将推动转子动力学更快向前发展。

参 考 文 献

- [1] Rankine W J M. On the centrifugal force of rotating shafts. *The Engineer*, 1869, 4(32): 27.
- [2] Jeffcott H H. The lateral vibration of loaded shafts in the neighbourhood of a whirling speed. *Philosophical Magazine*, 1919, 6(37): 304—314.
- [3] 孟光. 转子动力学研究的回顾与展望. *振动工程学报*, 2002, 15(1): 1—9.
- [4] 王正, 李苹. 转子动力学的展望. *哈尔滨工业大学学报*, 1998, 30(3): 1—4.
- [5] Lund J W. Review of the concept of dynamic coefficients for fluid film journal bearing. *Journal of Tribology*, ASME, 1987, 109(1): 37—41.
- [6] Wettergren H L, Olsson K O. Dynamic instability of a rotating asymmetric shaft with internal viscous damping supported in anisotropic bearings. *Journal of Sound and Vibration*, 1996, 195(1): 75—84.
- [7] 孟庆国, 詹世革, 等. 重大项目“大型旋转机械非线性动力问题”取得重要进展. *中国科学基金*, 2004(3): 142—144.
- [8] Nelson H D, Meacham W L. Transient analysis of rotor-bearing systems using component mode synthesis//ASME Paper No. 81-GT-110, Gas Turbine Conference, Houston, Texas, 1981.
- [9] Glasgow D A, Nelson H D. Stability analysis of rotor-bearing systems using component mode synthesis. *ASME Journal of Mechanical Design*, 1980, 102(2): 352—359.
- [10] Li D F, Gunter E J. Component mode synthesis of large rotor systems. *ASME Journal of Engineering for Power*, 1982, 104: 552—560.
- [11] 郑兆昌. 非线性系统动力分析的模态综合技术. *应用数学与力学*, 1983, 4(4): 563—572.
- [12] Gao J M, Chen S Q. A study on dynamic boundary conditions in the method of component mode synthesis//Proceedings of 6th International Mode Analysis Conference, 1988: 320—325.
- [13] Gu Z P, Gao J M. Effect of the differential boundary condition on non-synchronous in the modal synthesis method//The 8th International Modal Analysis Conference, 1990: 339—343.

- [14] 张德文. 未来大型复杂结构分析模型与试验状态的展望. 强度与环境, 1988, 6; 35—48.
- [15] Pilkey W D, Chang P Y. Avoiding iterative searches to find critical speeds of rotating shafts with the transfer matrix method. ASME, 1971.
- [16] Lund J W. Stability and damped critical speeds of a flexible rotor in fluid-film bearings. Journal of Engine for Industry Transactions ASME, 1974, 96(2); 509—517.
- [17] Bansal P N, Kirk R G. Stability and damped critical speeds of rotor-bearing systems. Journal of Engine for Industry Transactions ASME, 1975, 11; 1325—1332.
- [18] Muphy B T, J M. An improved method for calculating critical speeds and rotordynamics stability of turbomachinery. Journal of Engine for Power Transactions ASME, 1983, 105(3); 591—595.
- [19] 陆颂元. 转子系统阻尼固有频率的传递矩阵-多项式算法. 应用力学学报, 1986, 3(1); 73—82.
- [20] 张家忠, 刘士学, 柴薪建. 传递矩阵-多项式法的改进及其应用. 应用力学学报, 1994, 11(2); 76—81.
- [21] Kim D, David J W. An improved for stability and damped critical speeds of rotor-bearing systems. Journal of Vibration and Acoustics Transactions. ASME, 1990, 102; 112—119.
- [22] 郭力, 盛晓敏. 一种计算转子临界转速新方法. 润滑与摩擦, 1998, 3; 33—36.
- [23] Homer G C, Pilkey W D. The riccati transfer matrix method. Journal of Mechanical Design Transactions ASME, 1978, 100(4); 297—302.
- [24] 王正. Riccati 传递矩阵法的奇点及其消除方法. 振动与冲击, 1987, 2; 74—78.
- [25] 黄太平. 转子动力学中传递矩阵阻抗耦合法. 航空动力学报, 1988, 3(4); 315—318.
- [26] 顾家柳. 传递矩阵-直接积分法及应用. 航空学报, 1983, 4(4); 48—55.
- [27] 石守红, 韩玉强, 等. 齿轮耦合的转子-轴承系统的研究现状. 机械科学与技术, 2002, 21(5); 703—706.
- [28] 伍良生, 陈卫福. 弯扭耦合齿轮传动系统固有频率与振型计算的传递矩阵法. 北京工业大学学报, 1999, 25(1); 94—98.
- [29] 张辉, 朱梓根, 等. 齿轮驱动的转子系统弯扭耦合振动//全国第二届转子动力学学术会议论文集, 1992; 28—32.
- [30] Nikolajsen J L. The effect of misalignment on rotor vibrations. Journal of Engineering Gas Turbines and Power, 1998, 120(7); 635—640.
- [31] Bansal P N. Stability and damped critical speeds of rotor-bearing systems. Journal of Engineering for Industry, 1975, 11; 1325—1332.
- [32] 刚宪约. 多转子系统振动分析的整体传递矩阵法研究. 大连理工大学硕士学位论文, 2002.
- [33] Gu J L. An improved transfer matrix-direct integration method for rotor dynamics. Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, 1986, 108; 182—188.
- [34] Kumar A Selva, Sankar T S. A new transfer matrix method for response analysis of large dynamic systems. Computers and Structures, 1986, 23(4); 545—552.
- [35] Moriaki Goya, et al. Application of transfer matrix method to analysis of transient response

- of beam, *Journal of ASME*, 1987, 109: 251—259.
- [36] Subbiash R, et al. Transient dynamic analysis of rotors using the combined methodologies of finite elements and transfer matrix. *Journal of Applied Mechanics*, 1988, 55: 448—452.
- [37] 朱天国. 有限元-传递矩阵法求解链式结构非线性系统的动力响应. *应用力学学报*, 1989, 6(1): 104—107.
- [38] 徐彦, 唐锡宽. 变速转子瞬态不平衡振动响应的研究//全国第二届转子动力学会议论文集, 1989: 52—58.
- [39] 顾致平, 和兴锁, 支希哲, 等. 强非线性转子-轴承系统的动力响应分析. *机械科学与技术*, 2007, 26(10): 1290—1294.
- [40] 王正. Riccati 传递矩阵法的奇点及其消除方法. *振动与冲击*, 1987, 2: 74—78.
- [41] Gu Z P, Chen S Q. The CSDT riccati transfer matrix predictor iteration method for the transient analysis of nonlinear rotor-bearing systems//The 1st International Applied Mechanical Conference, 1989, 1: 199—204.
- [42] Gu Z P, Chen S Q. Prohl transfer matrix-newmark formulation integration method for dynamics//Proceedings of 8th International Mode Analysis Conference, 1990: 225—229.
- [43] Shahab A S, Thomas J. Coupling effects of disc flexibility on the dynamic behavior of multi disc-shaft systems. *Journal of Sound and Vibration*, 1987, 114(3): 435—452.
- [44] Wu F, Flowers G T. A transfer matrix technique for evaluating the natural frequencies and critical speeds of a rotor with multiple flexible disks. *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, 1992, 114: 242—248.
- [45] Sakata M, Kimura K, Park S K, et al. Vibration of bladed flexible rotor due to gyroscopic moment. *Journal of Sound and Vibration*, 1989, 113(3): 417—430.
- [46] Wu F, Flowers G T. An experimental study of the influence of disk flexibility and rubbing on rotor dynamics. *ASME Vibration of Rotating Systems*, 1993, 60: 19—26.
- [47] Chun S B, Lee C W. Vibration analysis of shaft-bladed disk system using substructure synthesis and assumed modes method. *Journal of Sound and Vibration*, 1996, 189(5): 587—608.
- [48] Loewy R G, Khader N. Structural dynamics of rotating bladed-disk assemblies coupled with flexible shaft motions. *Journal of AIAA*, 1984, 22(9): 1319—1327.
- [49] McLaclan N W. *Theory and Application of Mathieu Functions*. New York: Dover Publications, 1964.
- [50] Bolotin V V. *The Dynamic Stability of Elastic Systems*. San Francisco: Holden-Day, 1964.
- [51] Floquet G. Sur les equations differentielles lineaires. *Annales Scientifiques de l'ecole Normale Supérieure*, 1883, 12: 47—88.
- [52] Unger A, Brull M A. Parametric instability of a rotating shaft due to pulsating torque. *Transaction of the ASME*, 1981, 48: 948—958.
- [53] Lund J W, Orcutt F K. Calculations and experiment on the unbalance response of a flexible rotor. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Journal of Engineer-*

- ing for Industry, 1967, 89: 785—796.
- [54] Ruhl R L. Dynamics of distributed parameter rotor system; transfer matrix and finite element technique. Ph.D. Thesis. Cornell University, 1970.
- [55] Ruhl R L, Booker J F. A finite model for distributed parameter turbo rotor system. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Journal of Engineering for Industry, 1972, 94: 128—132.
- [56] Chen J W, Ku D M. Dynamic stability analysis of a rotating shaft by the finite element method. Journal of Sound and Vibration, 1990, 143(1): 143—151.
- [57] Chen L W, Peng W K. Dynamic stability of rotating composite shaft under periodic axial compressive loads. Journal of Sound and Vibration, 1998, 212(20): 215—230.
- [58] Chun S B, Lee C W. Vibration analysis of shaft-bladed disk system by using substructure synthesis and assumed modes method. Journal of Sound and Vibration, 1996, 189(5): 587—608.
- [59] Lee C W, Jia H S, Kim C S, et al. Tuning of simulated natural frequencies for a flexible shaft-multiple flexible disk system. Journal of Sound and Vibration, 1997, 207(4): 435—451.
- [60] Lee H P, Tan T H, Leng G S B. Dynamic stability of spinning timoshenko shafts with a time-dependent spin rate. Journal of Sound and Vibration, 1997, 199(3): 401—415.
- [61] Lee C W, Chun S B. Vibration analysis of a rotor with multiple flexible disks using assumed modes method. Journal of Vibration and Acoustics, 1998, 120(2): 87—94.
- [62] Jia H S. On the bending coupled natural frequencies of a spinning, multi-span timoshenko shaft carrying elastic disks. Journal of Sound and Vibration, 1999, 221(4): 623—649.
- [63] Jei Y G, Lee C W. Modal analysis of continuous asymmetrical rotor-bearing systems. Journal of Sound and Vibration, 1992, 152(2): 245—262.
- [64] Melanson J, Zu J W. Free vibration and stability analysis of internally damped rotating shafts with general boundary conditions. Journal of Vibration and Acoustics, 1998, 120(7): 776—783.
- [65] Wong E, Zu J W. Dynamic response of a coupled spinning timoshenko shaft system. Journal of Vibration and Acoustics, 1999, 121(2): 110—113.
- [66] Hong S W, Kim J W. Modal analysis of multi-span timoshenko beams connected or supported by resilient joints with damping. Journal of Sound and Vibration, 1999, 227(4): 787—806.
- [67] Parker R G, Sathe P J. Free vibration and stability of a spinning disk-spindle system. Journal of Vibration and Acoustics, 1999, 121(7): 391—396.
- [68] Kim Y B, Choi S K. A multiple harmonic balance method for the internal resonant vibration of a non-linear jeffcott rotor. Journal of Sound and Vibration, 1997, 208(5): 745—761.
- [69] Ji Z, Zu J W. Method of multiple scales for vibration analysis of rotor-shaft systems with non-linear bearing pedestal model. Journal of Sound and Vibration, 1998, 218(2): 293—

- 305.
- [70] Chung J, Oh J E, Yoo H H. Non-linear vibration of a flexible spinning disc with angular acceleration. *Journal of Sound and Vibrtion*, 2000, 231(2): 375—391.
- [71] Chang C O, Cheng J W. Non-linear dynamics and instability of a rotating shaft-disk system. *Journal of Sound and Vibration*, 1993, 160(3): 433—454.
- [72] Sundararajan P, Noah S T. An algorithm for response and stability of large order non-linear systems. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, 214(4): 695—723.
- [73] Yu W. Prediction of periodic response of rotor dynamic systems with nonlinear supports. *Journal of Vibration and Acoustics*, 1997, 119(7): 346—353.
- [74] 黄葆华. 摩擦转子动力特性若干问题的研究. 东南大学博士学位论文, 2000.
- [75] 陆永春, 孙洪洋, 郑戈. 60MW 汽轮发电机组、发电机转子轴向振动的故障诊断及治理. *振动工程学报*, 2004, 17(S): 442—444.
- [76] 张才稳. 200MW 汽轮机转子轴承系统碰摩振动特性计算研究. 东南大学硕士学位论文, 1996.
- [77] 胡宗武. 振动的危害及防止. *水利电力机械*, 1997, 2(1): 51—54.
- [78] 罗盛华. 2号机低压缸叶片断裂原因分析及改进措施. *汽轮机技术*, 2004, 46(4): 310—311.
- [79] 左世春, 黄润泽. 600MW 机组轴系振动故障诊断及处理. *汽轮机技术*, 2003, 45(3): 178—179.
- [80] 张善鹏, 周广顺, 邢秀苹, 等. 石横电厂3号机组异常振动分析及处理. *汽轮机技术*, 2004, 46(3): 213—215.
- [81] 杨建刚, 高鑫. 改进传递矩阵法计算转子系统不平衡响应和灵敏度. *机械工程学报*, 2001, 37(6): 36—42.
- [82] Gu Z P, Zhi X Z. The non-synchronous of rotor-bearing system with strong nonlinear elements//*Proceedings of the 2nd International Conference on Hydrodynamic Bearing-Rotor System Dynamics*, 1997: 183—186.
- [83] Lim T C, Singh R. Vibration transmission through rolling element bearings, part III: Geared rotor system studies. *Journal of Sound and Vibration*, 1991, 151(1): 31—35.
- [84] 毛海军. 新一代数控内圆磨床的动力学建模与优化. 东南大学博士学位论文, 2001.
- [85] 于百胜, 郑钢铁, 杜华军. 分叉结构系统传递矩阵计算方法. *振动与冲击*, 2003, 22(1): 93—95.
- [86] 钱木, 蒋书运. 高速机床主轴动态特性分析. 东南大学硕士学位论文, 2005.
- [87] 蒋书运, 陈照波, 须根法, 等. 用整体传递矩阵法计算航空发动机整机临界转速特性. *哈尔滨工业大学学报*, 1998, 30(1): 32—35.
- [88] 喻丽华. 传递矩阵法分析计算机床主轴刚度. *贵州工业大学学报(自然科学版)*, 2001, 30(4): 71—77.

第2章 传递矩阵技术的数学力学基础

在对转子-轴承系统的非线性动力响应分析技术进行研究之前,首先进行建模分析,以便建立能考虑多种因素且较完整的数学模型,并在此基础上研究其求解的方法。

尽管转子-轴承系统确实是非线性的,有些甚至是强非线性的,但绝大部分仅仅具有局部非线性特征。所以转子本身依然可以用线性模型来表示,而像挤压油膜轴承等非线性元件可以用非线性力来表示,并通过改进的传递矩阵技术和模态综合技术耦合到系统方程中。

另外,由于本书研究的分析技术所涉及的非线性算例主要是非线性的挤压油膜轴承,因此系统的非线性部分指的就是挤压油膜轴承的非线性油膜力,后面的研究将清楚地表明它不但是非线性的而且是强非线性的。

2.1 数学建模方法现状

实际转子系统结构复杂,有各种形式的边界条件,即使能建立运动微分方程,也难以得到解析解。转子是一个连续弹性体,通常不能简化成一个单盘转子,一种常用的简化模型是将转子简化成由许多个无质量的弹性轴段和有质量的刚性盘组成,这样的转子仍具有多个固有频率和振型。因此工程上常采用离散方法来计算转子系统的动力响应以解决工程实际问题。

现代旋转机械转子系统设计,已向高速、高性能、轻型化方向发展,转子的临界转速较低,在最大工作转速以下可能出现多个临界转速,同时非线性问题愈来愈突出,需要更合理更有效的计算方法。对于机械系统的动态分析和动态设计,有关学者和研究人员发展了许多分析方法,目前主要有有限元法、模态综合法、综合试验法和传递矩阵法。由于传递矩阵法能考虑多种因素的影响,能计算在任何频率范围内的临界转速,还能分析计算转子其他一些动力特性,如不平衡响应、稳定性问题。所以,传递矩阵法是一种比较简单有效的计算方法,是目前最为常用的计算转子动力特性的方法。

2.2 传递矩阵技术基础

2.2.1 传递矩阵法原理

Myklestad 和 Prohl^[1,2]把 Holzer 用以解决多圆盘轴扭振问题的初参数法成功地推广到解决轴的横向振动问题。从而可以用简单的计算工具,通过表格化的方式来计算转子的临界转速。随着电子计算机技术的发展,以及在振动问题的研究中矩阵运算的采用,初参数法也就发展为传递矩阵法。这一方法的优点是矩阵的维数不随系统自由度的增加而增大。各阶临界转速的计算方法完全相同,而且程序简单,所需的储存单元也少,运算快,同时能考虑支承弹性、陀螺力矩、变截面等因素。这就使得传递矩阵法成为解决转子动力学问题的一个快速而又有效的方法,因而传递矩阵法得到了广泛的应用。

传递矩阵把系统中两个点的状态向量联系起来。通常是从形成一个组件边界的那些点中选择两个点。如果传递矩阵所联系的是一个无质量弹簧组件两端的状态称为场传递矩阵。如果联系的是一个点质量两端的状态称为点传递矩阵。

之所以采用集中参数模型的传递矩阵法,主要是该方法比较简便,只需要对一些阶次不高的传递矩阵进行连续的矩阵乘法运算,在数值求解时也只涉及低阶次的传递矩阵和行列式,从而可以做到大大节省计算工作量,同时也可以满足工程的实际需要^[3~7]。

轴类部件主要由阶梯轴、传动件、紧固件和轴承组成。在采用传递矩阵法进行动力分析时,首先要将轴类部件的实际结构简化成集中参数模型。可以将主轴按照轴径的变化和安装在轴上零件的不同分成若干段,每段轴的质量以集中质量代替,并按重心不变原则分配到该轴段两端。两端的质量单元以无质量的弹性梁连接。弹性梁的抗弯刚度 EJ 与实际轴段等效。轴承的弹性和阻尼通过等效弹簧和阻尼器代替。若轴承是高度非线性的,不宜用等效弹簧和等效阻尼器代替时,则可用非线性力代替。这样,轴类部件就被简化为支撑在各组弹簧和阻尼器上的具有一系列集中质量和无质量弹性梁组成的动力学模型。轴段的划分既取决于轴组件的结构特点,也与精度要求有关。划分越细,计算精度越高,但同时计算的工作量也越大^[8~11]。

2.2.2 典型元件的传递矩阵

传递矩阵法计算转子系统的动力响应同其他一切工程计算一样,必须建立一种相应的计算模型,即把一个工程上的实际转子简化成一个标准的力学模型。传递矩阵法是将质量连续分布的实际转子简化成具有一系列集中质量和刚性盘,且

各集中质量和刚性盘之间用无质量但有弹性的轴段连接起来的转子。就是说把整个转子分成许多段,即离散化,如图 2.1 所示。通常转子系统由刚性盘、轴段、联轴器及支承等典型部件组成。分段点常取在轮盘、支承、联轴器及轴直径有显著变化处。轮盘视为刚性盘,取其重心作为盘的安装面,其重心也取为分段点,其质量和转动惯量就集中在此结点上。轴段质量根据对分原则分成两半(或根据杠杆原理分配),分别集中在该轴段两端截面上。由于轴段相对于轮盘讲,其转动惯量和惯性力矩效应小很多,可忽略不计。轴段的抗弯刚度 EJ 中的 J 取其平均截面处的 J , E 取决于该轴段的材料性质及所处的温度。

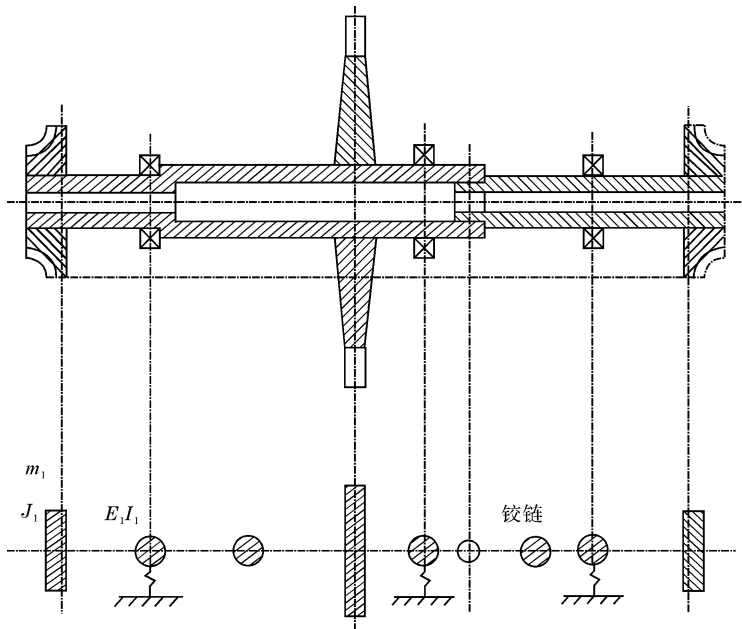


图 2.1 转子离散化模型

早期分析计算转子系统动力响应时,常将支承作为刚性支承处理,如果轴的刚度低于支承刚度一个数量级,刚性支承的假设是可行的。实际支承系统是一个复杂的弹性系统,由于油膜轴承的应用使得支承系统不仅要考虑弹性,而且还要考虑阻尼特性。把支承系统简化为具有一定刚度的弹簧和具有阻尼的阻尼器会使力学模型更加合理更加准确。

2.2.3 轴段的场传递矩阵

实际转子是一个质量连续分布的弹性系统,具有无穷多个自由度。在转子动力学中,经常把转子简化为具有若干个集总质量的多自由度系统,即沿轴线把转

子质量及转动惯量集总到若干个结点上,这些结点一般选在叶轮、轴颈中心、联轴器、轴的截面有突变处以及轴的端部等位置,并按顺序编号^[12~16]。当结点间的轴段为等截面轴时,质量及转动惯量的集总比较简单(图 2.2),即

$$\begin{cases} m_i = m_i^{(d)} + \frac{1}{2} \lambda_{i-1} l_{i-1} + \frac{1}{2} \lambda_i l_i \\ J_{pi} = J_{pi}^{(d)} + \frac{1}{2} J_{pi-1} l_{i-1} + \frac{1}{2} J_{pi} l_i \\ J_{di} = J_{di}^{(d)} + \frac{1}{2} J_{di-1} l_{i-1} - \frac{1}{12} \lambda_{i-1} l_{i-1}^3 + \frac{1}{2} J_{di} l_i - \frac{1}{12} \lambda_i l_i^3 \end{cases} \quad (2-1)$$

式中: m_i 、 J_{pi} 和 J_{di} ——简化到结点 i 处的质量、极转动惯量和直径转动惯量;

$m_i^{(d)}$ 、 $J_{pi}^{(d)}$ 和 $J_{di}^{(d)}$ ——原来位于结点 i 处叶轮的质量、极转动惯量和直径转动惯量;

λ 、 J_p 、 J_d 和 l ——对应轴段单位长度的质量、极转动惯量、直径转动惯量和长度。

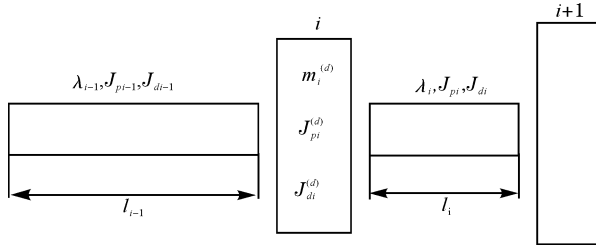


图 2.2 等截面轴段的集总示意图

在一般情况下,结点间的第 i 个轴段由 s 个截面尺寸不同的轴段组成(图 2.3(a)),如各轴段单位长的质量、长度、极转动惯量和直径转动惯量分别为 λ_k 、 l_k 、 J_{pk} 、 J_{dk} ($k=1,2,\dots,s$),相应质心到左端截面的距离为 a_k ($k=1,2,\dots,s$),轴段全长为 L_i 。对于这种阶梯轴段,可以简化为图 2.3(b)所示的模型,即质量与转动惯量集总到左右两端构成刚性薄圆盘,而轴段本身则简化为无质量的等截面弹性轴,按质心位置不变的原则,集总到两端的质量是^[17~22]

$$m_i^R = \sum_{k=1}^s \frac{\lambda_k l_k a_k}{L_i} \quad (2-2)$$

$$m_i^L = \sum_{k=1}^s \frac{\lambda_k l_k (L_i - a_k)}{L_i} = \sum_{k=1}^s \lambda_k l_k - m_i^R \quad (2-3)$$

同样按转动惯量不变的原则,设简化到两端的薄圆盘厚度相同,则

$$J_{pi}^R = \sum_{k=1}^s \frac{a_k^2}{a_k^2 + (L_i - a_k)^2} J_{pk} l_k \quad (2-4)$$

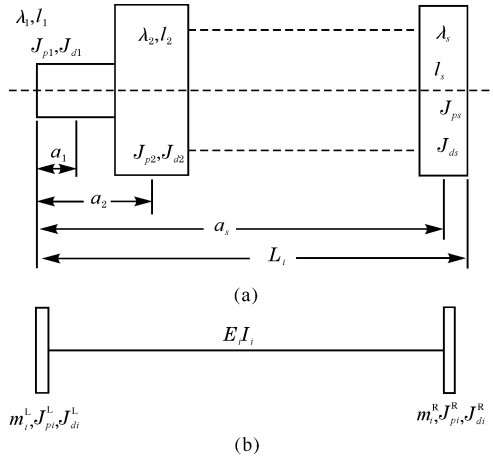


图 2.3 变截面轴段的集总示意图

$$J_{pi}^L = \sum_{k=1}^s \frac{(L_i - a_k)^2}{a_k^2 + (L_i - a_k)^2} J_{pk} l_k \quad (2-5)$$

$$J_{di}^R = \sum_{k=1}^s \frac{a_k^2}{a_k^2 + (L_i - a_k)^2} \left[J_{dk} l_k + \frac{1}{12} \lambda_k l_k^3 - \lambda_k l_k a_k (L_i - a_k) \right] \quad (2-6)$$

$$J_{di}^L = \sum_{k=1}^s \frac{(L_i - a_k)^2}{a_k^2 + (L_i - a_k)^2} \left[J_{dk} l_k + \frac{1}{12} \lambda_k l_k^3 - \lambda_k l_k a_k (L_i - a_k) \right] \quad (2-7)$$

因此对于结点 i , 其集总质量及转动惯量分别为

$$\begin{cases} m_i = m_i^{(d)} + m_i^L + m_{i-1}^R \\ J_{pi} = J_{pi}^{(d)} + J_{pi}^L + J_{p,i-1}^R \\ J_{di} = J_{di}^{(d)} + J_{di}^L + J_{d,i-1}^R \end{cases} \quad (2-8)$$

和叶轮的转动惯量相比, 在一些转子中, 轴段的转动惯量往往可以忽略不计。

当轴段弯曲时, 其等效抗弯刚度 $(EJ)_i$, 可按纯弯时两端截面的相对转角不变来求得, 即

$$\left[\frac{L}{EJ} \right]_i = \sum_{k=1}^s \left[\frac{l}{EJ} \right]_k \quad (2-9)$$

式中: $(EJ)_k$ ($k = 1, 2, \dots, s$) —— 各变截面轴段的抗弯刚度。由于温度、截面突变或轮与轴间有过盈等因素的影响, 对 E_k 和 J_k ($k = 1, 2, \dots, s$) 往往还需要修正。经过这样的简化, 整个转子就可以简化为具有若干个集总质量和集总转动惯量的模型(圆盘厚度通常忽略不计), 而且各结点间是用不同的等截面弹性轴段来连接的。

虽然简化计算模型会带来一定的误差, 但只要段数分得恰当, 有精确的支承

特性,就能保证足够的计算精度^[23~28]。

无质量轴段的受力状态如图 2.4 所示。根据第 i 段梁的受力图(梁的质量不计),按照力平衡条件有

$$\begin{cases} Q_i^L = Q_{i-1}^R \\ M_i^L = M_{i-1}^R + Q_{i-1}^R l_i \end{cases} \quad (2-10)$$

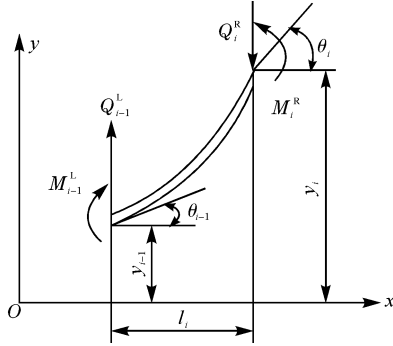


图 2.4 无质量轴段的受力状态图

根据材料力学知识有

$$\begin{cases} M = EJ \frac{d\theta}{dx} = EJ \frac{d^2 y}{dx^2} \\ \theta = \frac{1}{EJ} \int M dx \\ y = \int \theta dx \end{cases} \quad (2-11)$$

从而可以得到

$$\begin{aligned} \theta_i^R &= \theta_{i-1}^L + \frac{1}{(EJ)_i} \int_0^{l_i} M_i^L dx \\ &= \theta_{i-1}^L + \frac{1}{(EJ)_i} \int_0^{l_i} (M_{i-1}^L + Q_{i-1}^L x) dx \\ &= \theta_{i-1}^L + \frac{M_{i-1}^L l_i}{(EJ)_i} + \frac{Q_{i-1}^L l_i^2}{2(EJ)_i} \\ y_i^R &= y_{i-1}^L + \int_0^{l_i} \theta_i^R dx \\ &= y_{i-1}^L + \int_0^{l_i} \left[\theta_{i-1}^L + \frac{M_{i-1}^L x}{(EJ)_i} + \frac{Q_{i-1}^L x^2}{2(EJ)_i} \right] dx \\ &= y_{i-1}^L + \theta_{i-1}^L l_i + \frac{l_i^2}{2(EJ)_i} M_{i-1}^L + \frac{l_i^3}{6(EJ)_i} Q_{i-1}^L \end{aligned} \quad (2-12)$$

联立式(2-10)~式(2-12),得到如下矩阵形式的关系

$$\begin{pmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{pmatrix}_i^R = \begin{pmatrix} 1 & l & \frac{l^2}{2EJ} & \frac{l^3}{6EJ} \\ 0 & 1 & \frac{l}{EJ} & \frac{l^2}{2EJ} \\ 0 & 0 & 1 & l \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}_i \begin{pmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{pmatrix}_{i-1}^L \quad (2-13)$$

记为

$$Z_i^R = F_i Z_{i-1}^L \quad (2-14)$$

式(2-14)就是无质量轴段左边状态到右边状态的传递关系, 方阵 F_i 称为场传递矩阵, 简称场矩阵。

2.2.4 集中质量的点传递矩阵

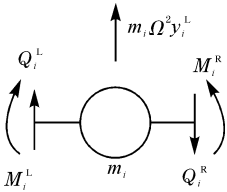


图 2.5 集中质量单元受力图

图 2.5 为集中质量单元受力图。将第 i 段梁 l_i 和 l_{i+1} 个集中品质 m_i 分别从系统中隔离出来。

对于第 i 个集中质量 m_i , 假设该质量是绝对刚体, 并忽略转动惯量, 则当系统作横向简谐振动时, 质量 m_i 左边和右边的横向位移 y 及转角 $\theta \left[\frac{dy}{dx} \right]$ 应该相等, 即

$$\begin{cases} y_i^R = y_i^L \\ \theta_i^R = \theta_i^L \end{cases} \quad (2-15)$$

质量 m_i 左右两边所受到的弯矩 M 和剪力 Q 应符合下面的关系

$$\begin{cases} M_i^R = M_i^L \\ Q_i^R = Q_i^L + m_i \Omega^2 y_i^L \end{cases} \quad (2-16)$$

联立式(2-15)和式(2-16), 并写成矩阵形式

$$\begin{pmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{pmatrix}_i^R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ m\Omega^2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}_i \begin{pmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{pmatrix}_i^L \quad (2-17)$$

记为

$$Z_i^R = P_i Z_i^L \quad (2-18)$$

式中的两个列阵 Z_i^R 和 Z_i^L 分别由轴上第 i 点(第 i 个质量点)左边和右边的位移、转角、弯矩和剪力组成, 表示第 i 个质量 m_i 左右两边状态的运动和受力状态, 是第 i 点的左右两边的状态向量。式(2-18)使这两个相邻状态向量联系起来。方阵 P_i 表示了第 i 点左边到右边的状态的传递关系。点传递矩阵与第 i 点的质量 m_i 和进动角速度 Ω 有关。

如果 m_i 是由直径较大的质量组件转化而来,其转动惯量 V_i 不能够忽略,则

$$M_i^R = M_i^L - J_i \Omega^2 \theta^L \quad (2-19)$$

其余三式不变,得到计入转动惯量质量组件的左右状态的传递矩阵为

$$\begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_i^R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -J_i \Omega^2 & 0 \\ m \Omega^2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_i^L \quad (2-20)$$

2.2.5 粘弹性支承元件的传递矩阵

图 2.6 为粘弹性支承元件的受力图,已知第 i 个支承的等效刚度为 k_i ,等效粘性阻尼系数为 c_i ,则 i 点左右两侧的位移、转角、弯矩和剪力之间的关系为

$$y_i^R = y_i^L \quad (2-21)$$

$$\theta_i^R = \theta_i^L \quad (2-22)$$

$$M_i^R = M_i^L \quad (2-23)$$

$$Q_i^R = Q_i^L + (m_i \Omega^2 - i c_i \Omega - k_i) y_i^L \quad (2-24)$$

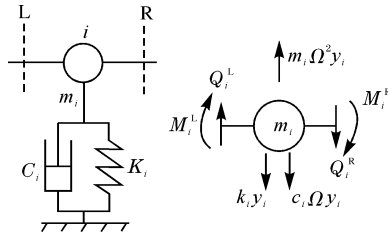


图 2.6 粘弹性支承元件的受力图

从而得到支承点左右两边状态向量的传递关系

$$\begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_i^R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ m \Omega^2 - i c_i \Omega - k_i & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}_i^L \quad (2-25)$$

式(2-25)中,方阵为支承的点传递矩阵。如果支座上没有集中质量,即 $m_i = 0$,将其代入式(2-25),就可以得到相应支承点的传递矩阵。

2.2.6 轮盘站的传递矩阵

如图 2.7 所示,由于轮盘不仅具有质量 m ,而且具有转动惯量 J_p 和 J_d ,转动时将产生陀螺力矩,其两侧截面的状态参数之间的关系可表示为^[29~34]

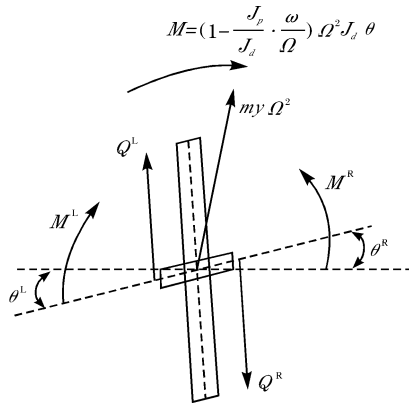


图 2.7 轮盘站受力图

$$\begin{cases} y^R = y^L \\ \theta^R = \theta^L \\ M^R = M^L + \left[1 - \frac{\omega}{\Omega} \frac{J_p}{J_d} \right] J_d \Omega^2 \theta^L \\ Q^R = Q^L + m \Omega^2 y^L \end{cases} \quad (2-26)$$

写成矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}^R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \left[1 - \frac{\omega}{\Omega} \frac{J_p}{J_d} \right] J_d \Omega^2 & 1 & 0 \\ m \Omega^2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{bmatrix}^L \quad (2-27)$$

式(2-27)中的方阵即为轮盘站的点传递矩阵。

至此,转子系统的集中参数动力学模型典型单元的传递矩阵都已给出,应用这些关系就可以列出整个系统最左端到最右端状态向量的传递关系。根据这些关系,就可以进行动力学特性的分析计算。

2.3 挤压油膜阻尼器轴承的油膜力模型

本节分析非定心挤压油膜阻尼器的油膜力特性,列出了挤压油膜阻尼器的瞬态雷诺方程,导出了油膜压力分布函数,通过积分得出油膜力,并对非定心条件下的油膜力特性进行了研究。结果表明,非定心挤压油膜力是瞬态时变的,并且与挤压油膜阻尼器的油膜轴颈偏移量和进动形态有关。