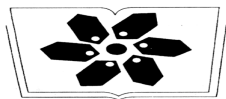


研究生教学用书

教育部学位管理与研究生教育司推荐



中国科学院科学出版基金资助出版

Modern Power System Analysis

现代电力系统分析

王锡凡 主编

王锡凡 方万良 杜正春 编著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书全面阐述电力系统分析所采用的理论模型和算法,介绍这一领域的最近发展。全书共分8章。第1章和第2章分别讨论电力网络的数学模型、潮流计算和静态安全分析。第3章介绍了在电力市场环境下的电力系统稳态分析的有关问题。第4章阐述高压直流输电与柔性输电的原理、模型和潮流控制。第5章介绍发电机组与负荷的数学模型。第6章和第7章分别讨论了大干扰下及小干扰下电力系统稳定性分析方法。第8章阐述了电压稳定问题。附录给出了用C++编写的完整的P-Q分解法潮流程序。

本书可作为高等院校电力专业研究生及高年级学生的教材,可供从事电力系统运行、规划设计和科学研究的人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

现代电力系统分析/王锡凡主编。—北京:科学出版社,2003
ISBN 7-03-011114-1

I. 现… II. 王… III. 电力系统-分析 IV. TM711

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第003373号

责任编辑:杨家福 刘剑波 刘宝莉 / 责任校对:朱光光
责任印制:安春生 / 封面设计:张放

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2003年3月第 一 版 开本:787×1092 1/16

2006年9月第三次印刷 印张:30 1/4

印数:4 001-5 000 字数:698 000

定价:66.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈科印〉)

前 言

改革开放以来,我国电力工业得到了迅速发展,发电装机容量以每年7%以上的速度增长,2000年已接近3.2亿千瓦。目前我国电力工业的规模已居世界第二位,大部分地区初步缓解了多年来电力紧缺的状况。但是从电气化程度来看,我国和发达国家还有很大的差距,人均用电量大约仅为世界平均水平的1/3。

为了国民经济的持续发展,今后数十年我国仍需大力发展作为基础工业的电力工业,仍将面临着开发大型水电资源、大容量远距离输电和区域电网互联等艰巨任务。与此相适应,必须加强电力系统新课题的研究,培养电力系统研究与开发方面的专门人才,以保证我国能源的合理利用与配置和电力系统的安全、高效运营。

电力系统分析是研究电力系统规划运营问题的基础和重要手段。在20世纪70年代,我国的电力工作者在利用电子数字计算机进行电力系统运行分析方面做了大量的研究与开发工作,为其后我国电力系统的健康发展做出了贡献。1978年出版的《电子数字计算机的应用——电力系统计算》一书¹⁾,标志着我国在这一领域的理论水平已经达到了当时的国际水平。该书不仅成为电力系统分析研究的重要参考书,而且作为电力专业研究生教材培养了众多的研究开发人才。*

近20余年,电力系统及其周边发生的变化,对电力系统分析理论与技术产生了深刻的影响。

首先,数字计算机技术获得了长足的发展,硬件和软件的性能日新月异。目前,在电力系统应用方面已能处理上万个节点的潮流分析问题,从而使过去20年前认为难以处理的最优潮流问题、静态安全分析问题都已经达到了在线实用化的程度,动态安全分析的在线应用也进入了冲刺阶段。

其次,直流输电和柔性交流输电技术(FACTS)的应用,给电力系统增添了新的控制手段。这些装置在利用电力电子元件提高输电能力、控制运行状态、改善运行特性的同时,给电力系统分析领域带来新的挑战。我们必须为这些装置建立相应的数学模型,开发包含这些元件的电力系统稳态和动态分析的新算法。

此外,近年来通信技术的高速发展对电力系统在线监控提出了更高的要

* 1) 西安交通大学,清华大学,浙江大学,湖南大学,成都工学院,水利电力部电网调度研究所合编.北京:水利电力出版社,1978年10月。

求,从而对电力系统分析在线软件的需求也日益迫切。

最后,20世纪80年代开始电力工业重组和电力市场化的进程,使得原先垂直一体化的电力系统被分割为互不隶属的几个部分,统一的电力系统调度转变为由发电供需方的双边合同和上网竞价来确定运行方式,出现了输电辅助服务、输电阻塞等问题。这些都给电力系统分析提出了必须面对的新课题。

电力工业是技术密集和资金密集的产业,又是国民经济的先行和基础产业,其安全性、可靠性、经济性对整个国民经济有着巨大而深远的影响。电力系统是一个典型的大系统,如何反映现代电力系统的特点,有效地、准确地分析其运行特性,从而改善其运行指标,一直是国内外电力领域研究的重点。

近年来,国内外电力系统曾发生多起大面积停电事故,特别是1996年美国WSCC电网连续两次事故,影响到1 000万用户,损失负荷达4 000万千瓦,造成了交通信息系统的中断及社会混乱,暴露出电力系统安全性方面存在的问题。电力市场化的改革对降低电价、改善电力系统运行的效率提出了迫切的要求。这一切无疑都要求进一步提供新的电力系统分析的理论、模型和算法。

在这种背景下,作者决心编写一部阐述现代电力系统分析理论、模型和算法的著作,作为广大电力系统研究人员的参考书和高校电力专业高年级学生和研究生的教材。

全书包括8章和1个附录。其中第1章介绍电力网络的数学模型及求解方法;第2章、第3章讨论电力系统稳态分析;第4章阐述直流输电系统和交流柔性输电系统的数学模型;第5章主要介绍同步发电机组和电力负荷的动态特性及数学模型;第6章、第7章讨论电力系统在大干扰和小干扰下的稳定性问题;第8章主要论述电力系统的电压稳定问题。现分别简述如下:

第1章介绍电力网络的数学模型及求解方法。本章除介绍节点导纳矩阵和节点阻抗矩阵以外,还重点讨论了稀疏电力网络节点方程的求解方法,包括稀疏向量法及节点编号优化问题,所有算法均用例题加以说明。

第2章围绕电力系统潮流计算及静态安全分析进行讨论。潮流计算以牛顿法及 $P-Q$ 分解法为主,除详细讨论基本理论、算法流程以外,还介绍了一些新算法和改进收敛性能的措施,供读者进一步研究。在静态安全分析方面,以 $N-1$ 校验为中心,阐述了补偿法、直流潮流及灵敏度法,并介绍了故障排序的概念。

第3章讨论了在电力市场环境下电力系统稳态分析方面的几个新进展,包括电力系统最优潮流及相关的节点电价、输电电价问题,潮流阻塞、潮流追踪和可用传输能力问题。这些模型和算法反映了电力市场环境下电力调度对决策支持系统的新要求。

第4章介绍了直流输电系统的概念和数学模型,交直流输电系统的潮流

计算,FACTS 元件的概念和数学模型,以及具有FACTS 元件的电力系统潮流计算和潮流控制,体现了现代电力电子技术对电力系统潮流问题的影响。

第5章重点讨论同步发电机组和电力负荷的动态特性及数学模型。本章严格推导了国际上通用的同步发电机、调压装置和调速装置以及负荷的数学模型。掌握了本章的基本理论和方法,读者不难触类旁通,根据实际情况建立相应的模型。

第6章讨论电力系统暂态稳定性问题,也就是大干扰下的系统稳定性问题。首先介绍了常微分方程初值问题的数值解法,在此基础上讨论了用改进欧拉法求解简单模型的暂态稳定分析算法及用隐式积分求解的考虑调节器的暂态稳定分析算法,对含有直流输电系统及FACTS 元件的电力系统暂态稳定分析进行了专门的论述,最后还对暂态稳定的直接法进行了介绍。

第7章研究小干扰下电力系统稳定性问题,其数学基础是稀疏矩阵的特征值的求解方法。本章首先讨论了反映小干扰稳定性的系统线性化微分方程的形成,然后详细阐述了特征值的求解方法和灵敏度分析方法,并对电力系统低频振荡问题进行了专题讨论。

第8章重点讨论电力系统的电压稳定问题,阐明了电压稳定的基本概念,并介绍了两种典型的分析电压稳定的方法。

附录应用面向对象的C++语言详细介绍了一个P-Q分解法潮流程序。这个附录可以帮助读者对开发程序形成较为完整的概念,从而为自己研究算法和程序设计奠定基础。

本书在写作上保留了《电子数字计算机的应用——电力系计算》一书风格,突出深入浅出和自成体系的特点,使大学本科水平的读者能理解、掌握直到应用。

本书由王锡凡负责主编工作。方万良负责第4章和第5章的编写,杜正春负责第6章到第8章的编写,其余章节由王锡凡编写。在本书编写过程中,得到了夏道止教授和王秀丽教授的热心帮助,他们提出了不少宝贵意见;别朝红博士、陈皓勇博士和博士生丁晓莺、硕士生崔雅莉、朱峰、牛振勇等完成了书中部分算法和算例;还有很多研究生帮助绘图和输入书稿。在此谨对他们表示衷心的感谢。

编著者
2003年元月

目 录

前 言

第1章 电力网络的数学模型及求解方法	1
1.1 基础知识	1
1.1.1 节点方程及回路方程	1
1.1.2 变压器及移相器的等值电路	7
1.2 节点导纳矩阵	10
1.2.1 节点导纳矩阵的基本概念	10
1.2.2 节点导纳矩阵的形成与修改	13
1.3 电力网络方程求解方法	17
1.3.1 高斯消去法	17
1.3.2 因子表和三角分解	21
1.3.3 稀疏技术	25
1.3.4 稀疏向量法	28
1.3.5 电力网络节点编号优化	32
1.4 节点阻抗矩阵	36
1.4.1 节点阻抗矩阵的物理意义	36
1.4.2 用节点导纳矩阵求节点阻抗矩阵	38
1.4.3 用支路追加法求阻抗矩阵	43
参考文献	54
第2章 电力系统潮流计算	55
2.1 概述	55
2.2 潮流计算问题的数学模型	57
2.2.1 潮流计算问题的节点类型	57
2.2.2 节点功率方程式	59
2.3 潮流计算的牛顿法	61
2.3.1 牛顿法的基本概念	61
2.3.2 修正方程式	64
2.3.3 牛顿法的求解过程	68
2.3.4 修正方程式的求解	70
2.4 潮流计算的 $P-Q$ 分解法	80
2.4.1 $P-Q$ 分解法的基本原理	80
2.4.2 $P-Q$ 分解法的修正方程式	82
2.4.3 $P-Q$ 分解法潮流程序原理框图	85
2.5 静态安全分析及补偿法	90

2.5.1	静态安全分析概述	90
2.5.2	补偿法	91
2.6	静态安全分析的直流潮流法	95
2.6.1	直流潮流模型	96
2.6.2	直流潮流的断线模型	97
2.6.3	$N - 1$ 检验与故障排序方法	98
2.7	静态安全分析的灵敏度法	101
2.7.1	节点功率方程的线性化	101
2.7.2	断线处节点注入功率增量的计算	102
2.7.3	快速断线分析计算流程	106
	参考文献	111
第3章	电力市场环境下的电力系统稳态分析	113
3.1	概述	113
3.2	电力系统最优潮流	116
3.2.1	最优潮流模型	116
3.2.2	最优潮流的算法	117
3.2.3	最优潮流问题的内点法	120
3.3	最优潮流在电力市场中的应用	134
3.3.1	综述	134
3.3.2	基于最优潮流的阻塞管理方法	137
3.4	潮流追踪问题	140
3.4.1	电流分解公理与网损分摊原则	141
3.4.2	网损分摊问题的数学模型	143
3.4.3	输电设备利用份额问题	146
3.4.4	图论方法	147
3.5	输电系统可用传输能力	150
3.5.1	可用传输能力(ATC)概述	150
3.5.2	蒙特卡罗模拟法在ATC计算中的应用	153
3.5.3	应用灵敏度分析法计算ATC	155
	参考文献	162
第4章	高压直流输电与柔性输电	166
4.1	概述	166
4.2	直流输电的基本原理与数学模型	168
4.2.1	直流输电的基本概念	168
4.2.2	不计 L_c 时换流器的基本方程	171
4.2.3	计及 L_c 时换流器的基本方程	175
4.2.4	换流器的等值电路	180
4.2.5	多桥换流器的情况	182
4.2.6	换流器的控制	184

4.3	交直流混联系统的潮流计算方法	186
4.3.1	标幺制下的换流器基本方程	186
4.3.2	潮流计算方程式	187
4.3.3	潮流计算方程式的雅可比矩阵	190
4.3.4	交直流系统统一迭代求解	192
4.3.5	交直流系统交替迭代求解	198
4.4	直流输电系统的动态数学模型	202
4.5	柔性输电的基本原理与装置的数学模型	204
4.5.1	SVC 的工作原理与数学模型	204
4.5.2	STATCOM 的工作原理与数学模型	209
4.5.3	TCSC 的工作原理与数学模型	212
4.5.4	SSSC 的工作原理与数学模型	216
4.5.5	TCPST 的工作原理与数学模型	219
4.5.6	UPFC 的工作原理与数学模型	221
4.6	含柔性输电元件的电力系统潮流控制及潮流计算	225
4.6.1	含 SVC 与 STATCOM 的潮流计算	226
4.6.2	含 TCSC 的潮流计算	226
4.6.3	含 SSSC 的潮流计算	228
4.6.4	含 TCPST 的潮流计算	229
4.6.5	含 UPFC 的潮流计算	232
	参考文献	237
第 5 章	发电机组与负荷的数学模型	240
5.1	概述	240
5.2	同步电机的数学模型	241
5.2.1	同步电机的基本方程	242
5.2.2	用电机参数表示的同步电机方程	249
5.2.3	同步电机的简化数学模型	254
5.2.4	同步电机的稳态方程和相量图	256
5.2.5	考虑饱和影响时的同步电机方程	258
5.2.6	同步电机的转子运动方程式	261
5.3	发电机励磁系统的数学模型	263
5.3.1	主励磁系统的数学模型	264
5.3.2	电压测量与负载补偿环节	271
5.3.3	幅值限制环节	271
5.3.4	辅助调节器——电力系统稳定器的数学模型	272
5.3.5	励磁调节器的数学模型	272
5.4	原动机及调速系统的数学模型	275
5.4.1	水轮机及其调速系统的数学模型	275
5.4.2	汽轮机及其调速系统的数学模型	280

5.5	负荷的数学模型	284
5.5.1	负荷的静态特性模型	285
5.5.2	负荷的动态特性模型	286
	参考文献	290
第6章	电力系统暂态稳定分析	292
6.1	概述	292
6.2	暂态稳定分析数值求解方法	295
6.2.1	常微分方程的数值解法	295
6.2.2	微分-代数方程组的数值解法	308
6.2.3	暂态稳定分析的基本流程	309
6.3	暂态稳定分析的网络数学模型及其求解方法	311
6.3.1	各动态元件与网络的连接	312
6.3.2	网络操作及故障的处理	317
6.4	简单模型下的暂态稳定分析	322
6.4.1	初值计算	323
6.4.2	用直接法求解网络方程	324
6.4.3	用改进欧拉法求解微分方程	325
6.4.4	经典模型下暂态稳定分析的数值积分方法	330
6.5	含有FACTS的复杂模型暂态稳定分析	333
6.5.1	发电机组的初值及差分方程	334
6.5.2	FACTS及直流输电系统的初值及差分方程	342
6.5.3	电力网络方程的形成	348
6.5.4	差分方程与网络方程的联立求解	350
6.5.5	交、直流系统的交替求解	351
6.5.6	数值求解过程中一些特殊问题的处理	352
6.6	暂态稳定分析的直接法	354
6.6.1	暂态稳定问题直接法的数学基础	355
6.6.2	暂态稳定分析的直接法	356
	参考文献	362
第7章	电力系统小干扰稳定分析	365
7.1	概述	365
7.2	电力系统动态元件的线性化方程	368
7.2.1	同步发电机组的线性化方程	368
7.2.2	负荷的线性化方程	374
7.2.3	FACTS元件的线性化方程	375
7.2.4	直流输电系统的线性化方程	376
7.3	小干扰稳定分析的步骤	379
7.3.1	网络方程	379
7.3.2	全系统线性化微分方程的形成	380
7.3.3	小干扰稳定分析程序的组成	382

7.4	小干扰稳定分析的特征值问题	387
7.4.1	状态矩阵的特征特性	388
7.4.2	线性系统的模态分析	390
7.4.3	特征值的计算	392
7.4.4	稀疏特征求解方法	396
7.4.5	特征值灵敏度分析的应用	397
7.5	电力系统的振荡分析	399
7.6	大规模电力系统小干扰稳定分析的特殊方法	403
7.6.1	降阶选择模态分析法	404
7.6.2	选择特征分析的序贯法和子空间法	409
	参考文献	418
第8章	电力系统的电压稳定性分析	421
8.1	概述	421
8.2	电压不稳定现象及其物理解释	423
8.3	复杂系统电压稳定性分析的数学模型	430
8.4	复杂系统的电压稳定性分析	431
8.4.1	延拓潮流	432
8.4.2	$V-Q$ 灵敏度分析	437
8.4.3	$Q-V$ 模态分析	438
8.5	电压稳定性分析方法讨论和展望	439
	参考文献	441
附录	$P-Q$ 分解法潮流程序	443
F.1	原始数据的输入	443
F.2	稀疏导纳矩阵的形成	446
F.2.1	基本公式	446
F.2.2	稀疏导纳矩阵的处理	447
F.2.3	导纳矩阵形成过程及框图	448
F.2.4	追加接地支路的程序框图	450
F.3	稀疏系数矩阵线性方程式的求解	452
F.3.1	修正方程式的解法及计算公式	452
F.3.2	因子表形成程序框图	453
F.3.3	线性方程组的求解过程与框图	458
F.4	迭代过程中节点功率的计算	460
F.4.1	基本公式分析	460
F.4.2	节点功率的计算过程及框图	461
F.5	迭代过程	464
F.6	支路功率计算与输出程序	467
F.6.1	支路功率计算	467
F.6.2	节点数据的输出	468
F.6.3	支路数据的输出	469

第 1 章 电力网络的数学模型及求解方法

电力网络的数学模型是现代电力系统分析的基础。例如,正常情况下的电力潮流和优化潮流分析、故障情况下短路电流计算以及电力系统静态安全分析和动态稳定性的评估,都离不开电力网络的数学模型。这里所谓电力网络,是指由输电线路、电力变压器、并(串)联电容器等静止元件所构成的总体^[1]。从电气角度来看,无论电力网络如何复杂,原则上都可以首先做出它的等值电路,然后用交流电路理论进行分析计算。本章所研究的电力网络均由线性的集中参数元件组成,适用于电力系统工频状态的分析。对于电磁暂态分析问题,当涉及高频现象及波过程时,需要采用分布参数的等值电路。

电力网络通常是由相应的节点导纳矩阵或节点阻抗矩阵来描述的^[2,3]。在现代电力系统分析中,我们需要面对成千上万个节点及电力网络所连接的电力系统。对电力网络的描述和处理往往成为解决有关问题的关键^[4]。电力网络的导纳矩阵具有良好的稀疏特性,可以用来高效处理电力网络方程,是现代电力系统分析中广泛应用的数学模型。因此,电力网络节点导纳矩阵及其稀疏特性是本章讨论的核心内容。节点阻抗矩阵的概念在处理电力网络故障时有广泛应用,将在 1.4 节中介绍。

此外,虽然关于电力网络的等值电路在一般输配电工程的教科书中都有论述,但在建立电力网络数学模型时,关于变压器和移相器的处理却有一些特点,因此 1.1 节中首先介绍这方面的内容。

1.1 基础知识

1.1.1 节点方程及回路方程

通常分析交流电路有两种方法,即节点电压法和回路电流法^[3]。这两种方法的共同特点是把电路的计算归结为一组联立方程式的求解问题;其差别是前者采用节点方程,后者采用回路方程。目前在研究电力系统问题时,采用节点方程比较普遍,但有时以回路方程作为辅助工具。

以下首先以简单电力网络为例,说明利用节点方程计算电力网络的原理和特点。

图 1-1 表示了一个具有两个电源和一个等值负荷的系统。该系统有 5 个节点和 6 条支路, $y_1 \sim y_6$ 为各支路的导纳。

以地作为电压参考点,设各节点的电压分别为 $\dot{V}_1 \sim \dot{V}_5$ 。根据基尔霍夫第一定律可以分别列出以下节点的电流方程:

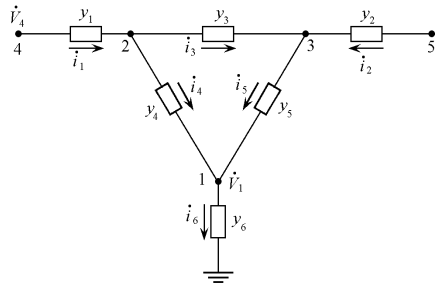


图 1-1 节点电压法的例子

$$\begin{cases}
 y_4(\dot{V}_2 - \dot{V}_1) + y_3(\dot{V}_3 - \dot{V}_1) - y_6\dot{V}_1 = 0 \\
 y_1(\dot{V}_4 - \dot{V}_2) + y_3(\dot{V}_3 - \dot{V}_2) + y_4(\dot{V}_1 - \dot{V}_2) = 0 \\
 y_2(\dot{V}_5 - \dot{V}_3) + y_3(\dot{V}_2 - \dot{V}_3) + y_5(\dot{V}_1 - \dot{V}_3) = 0 \\
 y_1(\dot{V}_4 - \dot{V}_2) = \dot{i}_1 \\
 y_2(\dot{V}_5 - \dot{V}_3) = \dot{i}_2
 \end{cases} \quad (1-1)$$

按节点电压整理以后,可以写出

$$\begin{cases}
 (y_4 + y_5 + y_6)\dot{V}_1 - y_4\dot{V}_2 - y_3\dot{V}_3 = 0 \\
 -y_4\dot{V}_1 + (y_1 + y_3 + y_4)\dot{V}_2 - y_3\dot{V}_3 - y_1\dot{V}_4 = 0 \\
 -y_3\dot{V}_1 - y_3\dot{V}_2 + (y_2 + y_3 + y_5)\dot{V}_3 - y_2\dot{V}_5 = 0 \\
 -y_1\dot{V}_2 + y_1\dot{V}_4 = \dot{I}_1 \\
 -y_2\dot{V}_3 + y_2\dot{V}_5 = \dot{I}_2
 \end{cases} \quad (1-2)$$

式(1-2)左端为由各节点流出的电流,右端为向各节点注入的电流。式(1-2)可以表示为规范的形式:

$$\begin{cases}
 Y_{11}\dot{V}_1 + Y_{12}\dot{V}_2 + Y_{13}\dot{V}_3 + Y_{14}\dot{V}_4 + Y_{15}\dot{V}_5 = \dot{I}_1 \\
 Y_{21}\dot{V}_1 + Y_{22}\dot{V}_2 + Y_{23}\dot{V}_3 + Y_{24}\dot{V}_4 + Y_{25}\dot{V}_5 = \dot{I}_2 \\
 Y_{31}\dot{V}_1 + Y_{32}\dot{V}_2 + Y_{33}\dot{V}_3 + Y_{34}\dot{V}_4 + Y_{35}\dot{V}_5 = \dot{I}_3 \\
 Y_{41}\dot{V}_1 + Y_{42}\dot{V}_2 + Y_{43}\dot{V}_3 + Y_{44}\dot{V}_4 + Y_{45}\dot{V}_5 = \dot{I}_4 \\
 Y_{51}\dot{V}_1 + Y_{52}\dot{V}_2 + Y_{53}\dot{V}_3 + Y_{54}\dot{V}_4 + Y_{55}\dot{V}_5 = \dot{I}_5
 \end{cases} \quad (1-3)$$

和式(1-2)比较,可以看出,其中:

$$\begin{aligned}
 Y_{11} &= y_4 + y_5 + y_6 \\
 Y_{22} &= y_1 + y_3 + y_4 \\
 Y_{33} &= y_2 + y_3 + y_5 \\
 Y_{44} &= y_1 \\
 Y_{55} &= y_2
 \end{aligned}$$

这些称为相应各节点的自导纳;

$$\begin{aligned}
 Y_{12} &= Y_{21} = -y_4 \\
 Y_{13} &= Y_{31} = -y_3 \\
 Y_{23} &= Y_{32} = -y_3 \\
 Y_{24} &= Y_{42} = -y_1 \\
 Y_{35} &= Y_{53} = -y_2
 \end{aligned}$$

这些称为相应节点之间的互导纳,其余节点之间的互导纳为零。

式(1-3)为电力网络的节点方程,它反映了各节点电压与注入电流之间的关系。其右端的 $\dot{I}_1 \sim \dot{I}_5$ 为各节点的注入电流。在此例中,除 \dot{I}_4, \dot{I}_5 外,其余节点的注入电流均为零。

对式(1-3)进行求解,即可得到各节点的电压 $\dot{V}_1 \sim \dot{V}_5$ 。当节点电压求出后,就不难求出

各支路的电流,从而使网络变量得以求解。

在一般情况下,如果电力网络有 n 个节点,则可按式(1-3)的形式列出 n 个节点的方程式,用矩阵的形式可以表示为^{1)*}

$$I = YV \quad (1-4)$$

式中:

$$I = \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \vdots \\ \dot{I}_n \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \\ \vdots \\ \dot{V}_n \end{bmatrix}$$

分别为节点注入电流列向量及节点电压列向量;

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix}$$

为节点导纳矩阵,其中对角元素 Y_{ii} 为节点 i 的自导纳,非对角元素 Y_{ij} 为节点 i 与节点 j 之间的互导纳。

以下介绍对形成网络方程非常重要的关联矩阵的概念。

关联矩阵是描述电力网络连接情况的矩阵。不同类型的关联矩阵在不同程度上反映网络的接线图形。关联矩阵中只含有0、+1、-1等3种元素,其中不包含网络各支路的具体参数。

例如,图1-1所示的简单网络有5个节点和6条支路,它的关联矩阵为一个5行、6列的矩阵:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

关联矩阵的行号与节点号相对应,列号与支路号相对应。例如第一行有3个非零元素,表示节点1与3个支路相连,这3个非零元素在第四列、第五列、第六列,表示与节点1相连的3条支路为支路4、5、6(图1-1中的 y_4 、 y_5 和 y_6)。当非零元素为-1时,表示相应支路电流的规定方向是流向节点;为+1时表示支路电流的规定方向是离开节点的。矩阵中每一列非零元素所在位置表示相应支路两端的节点号,例如第五列的非零元素在第一行和第三行,表示支路5与节点1、3相连。第六列只有一个非零元素,在第一行,表示支路6为连在节点1的接地支路。

不难看出,由节点关联矩阵可以反过来唯一地确定网络的接线图。

节点关联矩阵和网络节点方程之间有密切的关系。设电力网络有 n 个节点, b 条支路。

* 1) 在本书中,如无特别说明,规定节点电流的正方向为注入电力网络的方向。

对每条支路都可列出如下的方程式：

$$\dot{I}_{Bk} = y_{Bk} \dot{V}_{Bk} \quad (1-5)$$

式中： \dot{I}_{Bk} 为支路 k 的电流； \dot{V}_{Bk} 为支路 k 的电压降，方向和电流方向一致； y_{Bk} 为支路 k 的导纳。

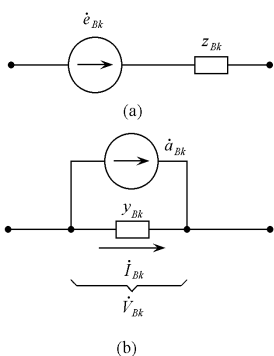


图1-2 电压源转化为电流源

如果支路为有电压源的支路，如图1-2(a)所示，则可先将该支路转化为电流源的形式，见图1-2(b)，图中：

$$y_{Bk} = 1/z_{Bk}$$

$$\dot{a}_{Bk} = \dot{e}_{Bk}/z_{Bk} = y_{Bk} \dot{e}_{Bk}$$

这样，电流源可以看作是向电力网络有关节点的注入电流，因而支路仍可应用式(1-5)的基本方程式。把这 b 条支路的基本方程式集中用矩阵的形式来表示，可以写出

$$I_B = Y_B V_B \quad (1-6)$$

式中： I_B 为支路电流列向量； V_B 为支路电压降列向量； Y_B 为支路导纳所组成的对角矩阵。

由基尔霍夫第一定律可知，电力网络中任意节点的注入电流 \dot{I}_i 与各支路电流有以下关系：

$$\dot{I}_i = \sum_{k=1}^b a_{ik} \dot{I}_{Bk} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1-7)$$

式中： a_{ik} 为一系数。当支路电流 \dot{I}_{Bk} 流向节点 i 时， $a_{ik} = -1$ ；当支路电流 \dot{I}_{Bk} 流出节点 i 时， $a_{ik} = 1$ ；当支路 k 与 i 点无直接联系时， $a_{ik} = 0$ 。不难看出，节点电流列向量 \dot{I} 与支路电流列向量 \dot{I}_B 应有以下关系：

$$I = A I_B \quad (1-8)$$

式中： A 为网络的节点关联矩阵。

设整个电力网络消耗的功率为 S ，从支路来看，可以得到

$$S = \sum_{k=1}^b \hat{I}_{Bk} \dot{V}_{Bk} = \hat{I}_B \cdot \dot{V}_B$$

式中： \hat{I}_{Bk} 和 \hat{I}_B 表示相应向量的共轭值； \cdot 表示向量的标量积。

从节点输入总功率来看，可以得到

$$S = \sum_{i=1}^n \hat{I}_i \dot{V}_i = \hat{I} \cdot \dot{V}$$

显然

$$\hat{I} \cdot \dot{V} = \hat{I}_B \cdot \dot{V}_B \quad (1-9)$$

由式(1-8)可知

$$\hat{I} = \hat{I}_B A^T$$

代入式(1-9)得

$$\hat{I}_B A^T \dot{V} = \hat{I}_B \dot{V}_B$$

因此得到节点电压与支路电压降列向量有以下关系：

$$A^T \dot{V} = \dot{V}_B \quad (1-10)$$

将式(1-6)及式(1-10)顺次代入式(1-8),就可以得到

$$\dot{I} = AY_B A^T \dot{V} = Y \dot{V} \quad (1-11)$$

式中:Y为电力网络的节点导纳矩阵,

$$Y = AY_B A^T \quad (1-12)$$

这样,利用节点关联矩阵就可以求得电力网络的节点方程式。

以下仍以图1-1所示的电力网络为例,来说明利用回路方程计算电力网络的基本原理。在利用回路电流法计算时,用阻抗表示各元件的参数比较方便,其等值电路如图1-3所示。该网络共有3个独立回路,其回路电流分别为 \dot{I}_1 、 \dot{I}_2 、 \dot{I}_3 。根据基尔霍夫第二定律,可以列出3个回路的电压方程式:

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_4 &= (z_1 + z_4 + z_6)\dot{I}_1 + z_6\dot{I}_2 - z_4\dot{I}_3 \\ \dot{V}_5 &= z_6\dot{I}_1 + (z_2 + z_5 + z_6)\dot{I}_2 + z_5\dot{I}_3 \\ 0 &= -z_4\dot{I}_1 + z_5\dot{I}_2 + (z_3 + z_4 + z_5)\dot{I}_3 \end{aligned} \right\} \quad (1-13)$$

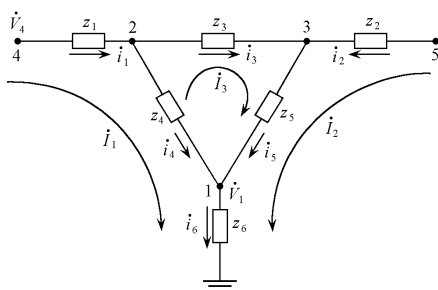


图1-3 用电流源代替电压源的例子

并可进一步改写成规范的形式:

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_1 &= Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2 + Z_{13}\dot{I}_3 \\ \dot{E}_2 &= Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2 + Z_{23}\dot{I}_3 \\ \dot{E}_3 &= Z_{31}\dot{I}_1 + Z_{32}\dot{I}_2 + Z_{33}\dot{I}_3 \end{aligned} \right\} \quad (1-14)$$

式中: $\dot{E}_1 = \dot{V}_4$ 、 $\dot{E}_2 = \dot{V}_5$ 、 $\dot{E}_3 = 0$ 分别为3个回路的电源电势; $Z_{11} = z_1 + z_4 + z_6$ 、 $Z_{22} = z_2 + z_5 + z_6$ 、 $Z_{33} = z_3 + z_4 + z_5$ 为3个回路的自阻抗; $Z_{12} = Z_{21} = z_6$ 、 $Z_{13} = Z_{31} = -z_4$ 、 $Z_{23} = Z_{32} = z_5$ 分别为3个回路之间的互阻抗。

当回路电势 \dot{E}_1 、 \dot{E}_2 、 \dot{E}_3 已知时,对式(1-14)求解,即可求出电力网络的回路电流 \dot{I}_1 、 \dot{I}_2 、 \dot{I}_3 ,并可进而求出各支路的电流

$$\begin{aligned} \dot{i}_1 &= \dot{I}_1 \\ \dot{i}_2 &= \dot{I}_2 \\ \dot{i}_3 &= \dot{I}_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{i}_4 &= \dot{I}_1 - \dot{I}_3 \\ \dot{i}_5 &= \dot{I}_2 + \dot{I}_3 \\ \dot{i}_6 &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2\end{aligned}$$

各节点电压为

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &= z_6 \dot{i}_6 \\ \dot{V}_2 &= \dot{V}_4 - z_1 \dot{i}_1 \\ \dot{V}_3 &= \dot{V}_5 - z_2 \dot{i}_2\end{aligned}$$

这样就得到了电力网络的全部运行情况。

在一般情况下,如果电力网络有 m 个独立回路,则可按式(1-14)的形式列出 m 个方程式,用矩阵的形式可以表示为

$$E_l = Z_l I_l \quad (1-15)$$

式中:

$$I_l = \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \vdots \\ \dot{I}_m \end{bmatrix}, \quad E_l = \begin{bmatrix} \dot{E}_1 \\ \dot{E}_2 \\ \vdots \\ \dot{E}_m \end{bmatrix}$$

分别为回路电流列向量及回路电势列向量;

$$Z_l = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1m} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{m1} & Z_{m2} & \cdots & Z_{mm} \end{bmatrix} \quad (1-16)$$

为回路阻抗矩阵。其中 Z_{ii} 为第 i 个回路的自阻抗,等于该回路各支路阻抗之和; Z_{ij} 为第 i 回路与第 j 回路间的互阻抗,其数值等于 i 、 j 回路公共支路阻抗之和,其符号取决于 i 、 j 回路电流假定的方向,方向一致时取正号,方向相反时取负号。

对于图 1-2 来说,我们可以根据图中的 3 个独立环路写出它的“环路关联矩阵”

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

环路关联矩阵的行号与环路号相对应,列号仍与支路号相对应。例如第三行在第 3 列、第 4 列、第 5 列共有 3 个非零元素,表示环路 3 通过支路 3、支路 4 和支路 5。当非零元素为+ 1 时,表示环路电流的规定方向与支路电流的规定方向一致;为- 1 时,表示环路电流的规定方向与支路电流方向相反。

应该指出,环路关联矩阵不能惟一地确定网络的接线图。换句话说,可以有不同的接线图对应于同一环路关联矩阵。

用类似的上面关于节点关联矩阵的方法,我们也可以由环路关联矩阵 B 求得电力网络的回路方程式,并得到回路阻抗矩阵 Z_l 的表达式:

$$Z_L = BZ_B B^T \quad (1-17)$$

式中: Z_B 为由支路阻抗所组成的对角矩阵。

关联矩阵的应用当然不限于以上所举的例子,但是有了以上基本概念以后,就可以更灵活地处理网络问题,这些问题将在以后有关章节中详细论述。

1.1.2 变压器及移相器的等值电路

电力网络的等值电路是由输电线路和变压器等元件的等效电路连接而成的。交流输电线路一般用 Π 型等值电路描述,教科书中有详细的介绍。本节主要讨论变压器和移相器的等值电路,特别是关于其非标准变比的处理方法。由于灵活交流输电系统(FACTS)的逐步应用,电力网络将会包含愈来愈多的FACTS元件。关于FACTS元件的等值电路问题本节暂不涉及,将在后面有关章节中讨论。

当将变压器励磁回路忽略或作为负荷或阻抗单独处理时,一个变压器的其他性能可以用它的漏抗串联一个无损理想变压器来模拟¹⁾,如图1-4(a)所示。不难看出,图中所示的电流及电压存在如下关系:*

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_i + K \dot{I}_j &= 0 \\ \dot{V}_i - z_r \dot{I}_i &= \frac{\dot{V}_j}{K} \end{aligned} \right\}$$

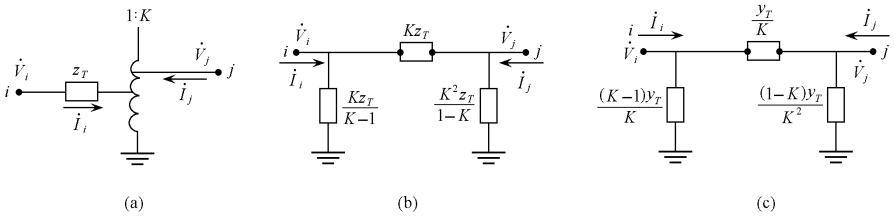


图1-4 变压器的等值电路

由上式解 \dot{I}_i, \dot{I}_j 可得

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_i &= \frac{1}{z_r} \dot{V}_i - \frac{1}{K z_r} \dot{V}_j \\ \dot{I}_j &= -\frac{1}{K z_r} \dot{V}_i + \frac{1}{K^2 z_r} \dot{V}_j \end{aligned} \right\} \quad (1-18)$$

或者写成

$$\left. \begin{aligned} I_i &= \frac{K-1}{K z_r} \dot{V}_i + \frac{1}{K z_r} (\dot{V}_i - \dot{V}_j) \\ I_j &= \frac{1-K}{K^2 z_r} \dot{V}_j + \frac{1}{K z_r} (\dot{V}_j - \dot{V}_i) \end{aligned} \right\} \quad (1-19)$$

根据式(1-19)即可得到图1-4(b)所示的等值电路。如果都用相应的导纳来表示,则可得到图1-4(c)所示的等值电路,图中:

* 1) 对于容量较大的变压器,在计算时往往忽略变压器的电阻。

$$y_T = \frac{1}{z_T}$$

应该特别指出,在图 1-4(a)的电路中漏抗 z_T 是放在变比为 1 的一侧。当漏抗 z_T 是放在变比为 K 的一侧时,可以用下面关系:

$$z_T' = z_T / K^2 \quad (1-20)$$

即可将 z_T' 放在变比为 1 的一侧,从而应用图 1-4 中的等值电路。

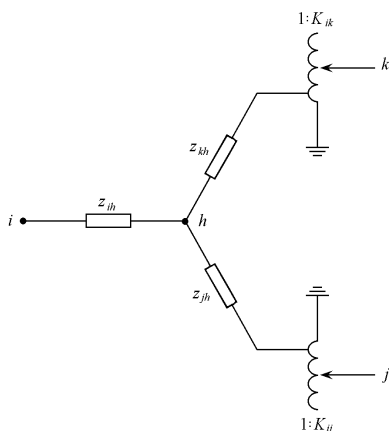


图 1-5 三绕组变压器的等值电路

以上介绍了双绕组变压器的等值电路。对于三绕组变压器,可以按同样的原理用星形或三角形电路来模拟。例如可以用图 1-5 所示的电路来模拟三绕组变压器,这样就把三绕组变压器的等值电路问题转变为两个双绕组变压器的等值电路问题。

掌握了变压器等值电路以后,就不难制定出多级电压的电力网络的等值电路。例如,对图 1-6(a)所示的电力网络,当变压器 T_1 、 T_2 的漏抗如已归算到①侧及④侧时,可以用图 1-6(b)或图 1-6(c)来模拟,不难证明,这两种模型最终的等值电路是完全相同的,如图 1-6(d)所示。

在进行电力系统运行情况分析时,往往采用标么值计算。这时电力网络等值电路中所有参数都应该用标么值来表示。例如在图 1-6 中,设①侧的基准电压为 V_{j1} ,②、③侧的基准电压为 V_{j2} ,④侧的基准电压为 V_{j4} ,则变压器 T_1 、 T_2 的基准变比(或叫标准变比)分别为

$$\left. \begin{aligned} K_{j1} &= \frac{V_{j2}}{V_{j1}} \\ K_{j2} &= \frac{V_{j2}}{V_{j4}} \end{aligned} \right\} \quad (1-21)$$

则变压器 T_1 、 T_2 的变比的标么值(也叫非标准变比)应为

$$\left. \begin{aligned} K_{*1} &= \frac{K_1}{K_{j1}} \\ K_{*2} &= \frac{K_2}{K_{j2}} \end{aligned} \right\} \quad (1-22)$$

因此,当变压器的等值电路采用标么值时,应将上式中的 K_{*1} 及 K_{*2} 作为变压器的变比。

在现代电力系统中,特别是在电力市场环境,电力潮流往往需要人为控制。为此,移相器在电力网络中的应用日益普遍。众所周知,变压器只改变其两侧的电压大小,其变比是一个实数;而移相器还改变其两侧电压的相位,因此其变比是一个复数。当将移相器励磁回路忽略或作为负荷或阻抗单独处理时,一个移相器的其他性能可以用它的漏抗串联一个无损耗理想变压器来模拟,只是其变比是一个复数,如图 1-7 所示。由图 1-7 可以得到

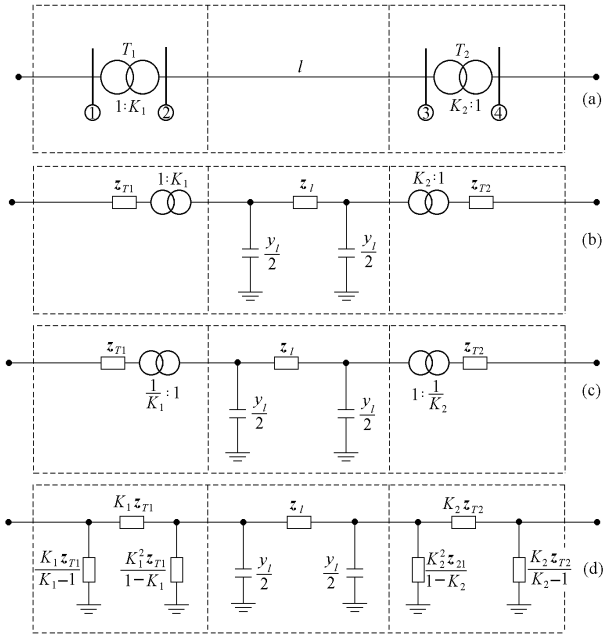


图 1-6 多级电压电力网络的等值电路

以下方程：

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_i - \dot{I}_i z_T &= \dot{V}_j' \\ \dot{I}_i + \dot{I}_j &= 0 \end{aligned} \right| \quad (1-23)$$

显然,有以下关系:

$$\dot{V}_j' = \dot{V}_j / \hat{K} \quad (1-24)$$

现在需要知道 \dot{I}_j' 和 \dot{I}_j 的关系,为此要用功率守恒原理,

$$\dot{V}_j' \hat{I}_j' = \dot{V}_j \hat{I}_j$$

式中: \hat{I}_j' 、 \hat{I}_j 分别为 \dot{I}_j' 、 \dot{I}_j 的共轭值,从上式得到

$$\dot{I}_j' = \hat{K} \dot{I}_j \quad (1-25)$$

将式(1-24)、式(1-25)代入式(1-23),最终得到

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_i &= \frac{\dot{V}_i}{z_T} - \frac{\dot{V}_j}{\hat{K} z_T} = Y_{ii} \dot{V}_i + Y_{ij} \dot{V}_j \\ \dot{I}_j &= -\frac{\dot{V}_i}{\hat{K} z_T} + \frac{\dot{V}_j}{\hat{K}^2 z_T} = Y_{ji} \dot{V}_i + Y_{jj} \dot{V}_j \end{aligned} \right| \quad (1-26)$$

式中:

$$Y_{ii} = \frac{1}{z_T}$$

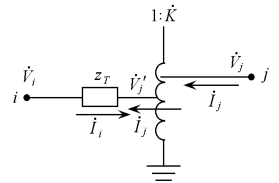


图 1-7 移相器的等值电路

$$Y_{ij} = -\frac{1}{\dot{K} z_T}$$

$$Y_{ji} = -\frac{1}{\dot{K} z_T}$$

$$Y_{jj} = \frac{1}{K^2 z_T}$$

式(1-26)即为移相器的数学模型。容易验证,当变比 \dot{K} 为实数时,式(1-26)与式(1-18)一致,说明变压器只是移相器的特例。但是,由于移相器的变比为复数, $Y_{ij} \neq Y_{ji}$,因此,移相器没有相应的等值电路,而且含有移相器的电力网络的导纳矩阵是不对称的,这一点要特别注意。

1.2 节点导纳矩阵

1.2.1 节点导纳矩阵的基本概念

如前所述,在现代电力系统分析中,多采用式(1-3)形式的节点方程式,其阶数等于电力网络的节点数 n 。可将它展开写成一般的形式

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_1 &= Y_{11}\dot{V}_1 + Y_{12}\dot{V}_2 + \cdots + Y_{1i}\dot{V}_i + \cdots + Y_{1n}\dot{V}_n \\ \dot{I}_2 &= Y_{21}\dot{V}_1 + Y_{22}\dot{V}_2 + \cdots + Y_{2i}\dot{V}_i + \cdots + Y_{2n}\dot{V}_n \\ &\vdots \\ \dot{I}_i &= Y_{i1}\dot{V}_1 + Y_{i2}\dot{V}_2 + \cdots + Y_{ii}\dot{V}_i + \cdots + Y_{in}\dot{V}_n \\ &\vdots \\ \dot{I}_n &= Y_{n1}\dot{V}_1 + Y_{n2}\dot{V}_2 + \cdots + Y_{ni}\dot{V}_i + \cdots + Y_{nn}\dot{V}_n \end{aligned} \right\} \quad (1-27)$$

该方程式系数所构成的矩阵即节点导纳矩阵

$$Y = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1i} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2i} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{i1} & Y_{i2} & \cdots & Y_{ii} & \cdots & Y_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{ni} & \cdots & Y_{nn} \end{pmatrix} \quad (1-28)$$

它反映了电力网络的参数及接线情况,因此导纳矩阵可以看成是对电力网络电气特性的一种数学抽象^[4]。由导纳矩阵所构成的节点方程式是电力网络广泛应用的一种数学模型。当电力网络节点数为 n 时,描述它的导纳矩阵是 $n \times n$ 阶方阵。现在我们讨论其中各元素的物理意义。

如果在节点 i 加一单位电压,而把其余节点全部接地,即令

$$\dot{V}_i = 1$$

$$\dot{V}_j = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n, \quad j \neq i)$$

则由节点方程式(1-27)可知,在这种情况下:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = Y_{1i} \\ \dot{I}_2 = Y_{2i} \\ \vdots \\ \dot{I}_i = Y_{ii} \\ \vdots \\ \dot{I}_n = Y_{ni} \end{cases} \quad (1-29)$$

由式(1-29)可以看出导纳矩阵[式(1-28)]第*i*列元素的物理意义。很明显,导纳矩阵中第*i*列对角元素 Y_{ii} ,即节点*i*的自导纳,在数值上等于节点*i*加单位电压,其他节点都接地时,节点*i*向电力网络注入的电流。导纳矩阵中第*i*列非对角元素 Y_{ij} ,即节点*i*与节点*j*间的互导纳,在数值上等于节点*i*加单位电压,其他节点都接地时,节点*j*向电力网络注入的电流。

以下我们进一步用图 1-8(a)所示的简单电力网络说明导纳矩阵各元素的具体意义。这个电力网络有 3 个节点,因此导纳矩阵为三阶方阵

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix}$$

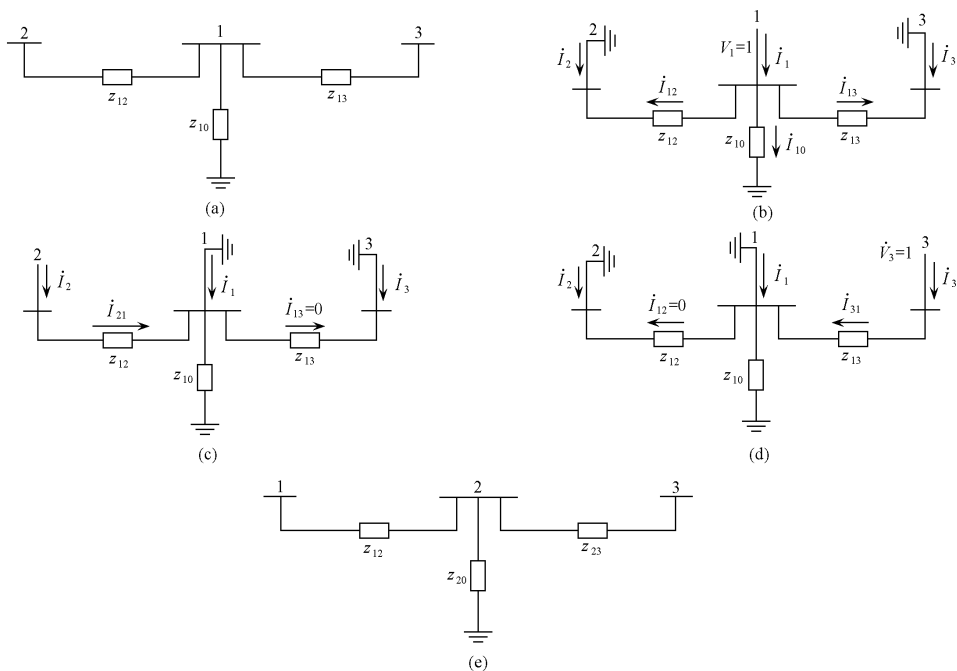


图 1-8 简单电力网络导纳矩阵的形成

首先讨论第一列元素 Y_{11} 、 Y_{21} 、 Y_{31} 。根据上面的论述,这种情况下应在节点1加单位电压,将节点2及节点3接地,如图1-8(b)所示。不难看出:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{12} + \dot{I}_{13} + \dot{I}_{10} = \frac{1}{Z_{12}} + \frac{1}{Z_{13}} + \frac{1}{Z_{10}} = Y_{11}$$

$$\dot{I}_2 = -\dot{I}_{12} = -\frac{1}{Z_{12}} = Y_{21}$$

$$\dot{I}_3 = -\dot{I}_{13} = -\frac{1}{Z_{13}} = Y_{31}$$

同样,为了求得导纳矩阵的第二列元素,应给节点2加单位电压,而将节点1及节点3接地,如图1-8(c)所示。在这种情况下:

$$\dot{I}_1 = -\dot{I}_{21} = -\frac{1}{Z_{12}} = Y_{12}$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_{21} = \frac{1}{Z_{12}} = Y_{22}$$

$$\dot{I}_3 = 0 = Y_{32}$$

为了得到导纳矩阵的第三列元素,应给节点3加单位电压,将节点1及节点2接地,如图1-8(d)所示。在这种情况下:

$$\dot{I}_1 = -\dot{I}_{31} = -\frac{1}{Z_{13}} = Y_{13}$$

$$\dot{I}_2 = 0 = Y_{23}$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_{31} = \frac{1}{Z_{13}} = Y_{33}$$

因此,图1-8(a)所示简单电力网络的导纳矩阵应为

$$Y = \begin{vmatrix} \frac{1}{Z_{12}} + \frac{1}{Z_{10}} + \frac{1}{Z_{13}} & -\frac{1}{Z_{12}} & -\frac{1}{Z_{13}} \\ -\frac{1}{Z_{12}} & \frac{1}{Z_{12}} & 0 \\ -\frac{1}{Z_{13}} & 0 & \frac{1}{Z_{13}} \end{vmatrix} \quad (1-30)$$

如果把图1-8(a)的节点编号改变一下,例如将节点1与节点2互换,如图1-8(e)所示,按照以上的原则,可以求得这时的导纳矩阵应为

$$Y' = \begin{vmatrix} \frac{1}{Z_{12}} & -\frac{1}{Z_{12}} & 0 \\ -\frac{1}{Z_{12}} & \frac{1}{Z_{12}} + \frac{1}{Z_{20}} + \frac{1}{Z_{23}} & -\frac{1}{Z_{23}} \\ 0 & -\frac{1}{Z_{23}} & \frac{1}{Z_{23}} \end{vmatrix}$$

由此可见,导纳矩阵的形式发生了变化,而其中各元素仍和式(1-30)导纳矩阵各元素一一对应。事实上,将式(1-30)所示导纳矩阵中第一行与第二行交换,第一列与第二列交换即得到上式的导纳矩阵。导纳矩阵行列交换相应于节点方程式的顺序及变量的顺序交

换,并不影响方程式的解。因此从电力网络计算来说,节点编号的顺序可以是任意的。

通过上面的讨论,可以看出导纳矩阵有以下特点:

(1) 当不含移相器时,电力网络的导纳矩阵为对称矩阵。由式(1-30)可知

$$Y_{12} = Y_{21} = -\frac{1}{z_{12}}$$

$$Y_{13} = Y_{31} = -\frac{1}{z_{13}}$$

$$Y_{23} = Y_{32} = 0$$

在一般情况下,由网络的互易特性容易看出:

$$Y_{ij} = Y_{ji}$$

因此,导纳矩阵为对称矩阵。对含移相器的情况将在后面介绍。

(2) 导纳矩阵为稀疏矩阵。由以上的讨论可知,当电力网络中节点*i*与节点*j*不直接相连时,导纳矩阵中元素 Y_{ij} 及 Y_{ji} 应为零元素。例如在图1-8(a)中,节点2与节点3不直接相连,因此在其导纳矩阵中 Y_{23} 及 Y_{32} 都是零元素。一般地说,导纳矩阵每行非对角元素中非零元素的个数与相应节点的出线数相等。通常,每个节点的出线数为2~4条。因而导纳矩阵中每行非对角元素中平均仅有2~4个非零元素,其余的非对角元素均为零元素。所以导纳矩阵中的零元素非常多,而且电力网络规模愈大,这种现象愈显著。例如有两个电力网络,节点数分别为10和1000,如果每个节点平均有3条出线,则前者导纳矩阵的非零元素数为40,占矩阵总元素数(10×10)的40%,而后者非零元素数4000个,仅占矩阵总元素数的0.4%。

导纳矩阵的对称性和稀疏性对于应用计算机解算电力系统问题有很大的影响。如果能充分利用这两个特点,就会大大提高计算的速度并节约内存。关于稀疏对称导纳矩阵的应用,还将在以后有关章节中介绍。

1.2.2 节点导纳矩阵的形成与修改

本节将讨论三部分内容:导纳矩阵的形成、特殊元件的处理与导纳矩阵修改。

首先讨论导纳矩阵的形成。当电力网络只包含输电线路时,导纳矩阵的形成可以归纳为以下几点:

(1) 导纳矩阵的阶数等于电力网络的节点数。

(2) 导纳矩阵各行非对角元素中非零元素的个数等于对应节点所连的不接地支路数。

(3) 导纳矩阵各对角元素,即各节点的自导纳等于相应节点所连支路的导纳之和:

$$Y_{ii} = \sum_{j \in i} y_{ij} \quad (1-31)$$

式中: y_{ij} 为节点*i*与节点*j*间的支路阻抗 z_{ij} 的倒数;符号“ $j \in i$ ”表示 \sum 号后只包括与节点*i*直接相连的节点,当节点*i*有接地支路时,还应包括 $j=0$ 的情况。例如在图1-8中,节点1的自导纳 Y_{11} 应为

$$Y_{11} = \frac{1}{z_{12}} + \frac{1}{z_{10}} + \frac{1}{z_{13}} = y_{12} + y_{10} + y_{13}$$

节点2的自导纳 Y_{22} 应为

$$Y_{22} = \frac{1}{z_{12}} = y_{12}$$

(4) 导纳矩阵非对角元素 Y_{ij} 等于节点 i 与节点 j 间支路的导纳并取负号:

$$Y_{ij} = -\frac{1}{z_{ij}} = -y_{ij} \quad (1-32)$$

例如图 1-8(a) 中

$$Y_{12} = -\frac{1}{z_{12}} = -y_{12}$$

$$Y_{13} = -\frac{1}{z_{13}} = -y_{13}$$

等等。

按照以上原则,无论电力网络接线如何复杂,都可以根据给定的输电线路参数和接线拓扑,直接求出导纳矩阵。

以下讨论电力网络中包含变压器、移相器时,导纳矩阵的形成方法。

当支路 i, j 为变压器时,从原理上来说,先把变压器支路用图 1-4 所示 Π 型等值电路代替,然后按以上原则形成导纳矩阵,并无任何困难。但在实际应用程序中,往往直接计算变压器支路对导纳矩阵的影响。当节点 i, j 之间为变压器支路时,如果采用图 1-4(a) 所示变压器模拟电路,则可以根据图 1-4(c) 求得该支路对导纳矩阵的影响:

(1) 增加非零非对角元素

$$Y_{ij} = Y_{ji} = -\frac{y_T}{K} \quad (1-33)$$

(2) 改变节点 i 的自导纳,其改变量为

$$\Delta Y_{ii} = \frac{K-1}{K} y_T + \frac{1}{K} y_T = y_T \quad (1-34)$$

(3) 改变节点 j 的自导纳,其改变量为

$$\Delta Y_{jj} = \frac{1}{K} y_T + \frac{1-K}{K^2} y_T = \frac{y_T}{K^2} \quad (1-35)$$

当支路 i, j 为移相器时,采用图 1-7 的等值电路,则应对导纳矩阵做以下修正:

(1) 增加非零非对角元素

$$Y_{ij} = -\frac{1}{K z_T} \quad (1-36)$$

$$Y_{ji} = -\frac{1}{K z_T} \quad (1-37)$$

(2) 改变节点 i 的自导纳,其改变量为

$$\Delta Y_{ii} = \frac{1}{z_T} \quad (1-38)$$

(3) 改变节点 j 的自导纳,其改变量为

$$\Delta Y_{jj} = \frac{1}{K^2 z_T} \quad (1-39)$$

从式(1-36)、式(1-37)可以看出,由于 $Y_{ij} \neq Y_{ji}$,导纳矩阵不再是对称矩阵。但是,该矩阵的结构是对称的。

在现代电力系统分析中,往往需要研究不同接线方式情况下的运行状态,例如某台变压器或某条输电线路的投入或切除,对某些元件的参数进行修改等。由于改变一条支路的开合状态只影响该支路两端节点的自导纳及其互导纳,因此在这种情况下不必重新形成导纳矩阵,仅仅需要在原有导纳矩阵的基础上进行必要的修改就可以得到所要求的导纳矩阵。下面分几种情况进行介绍。

(1) 从原有网络引出一条新的支路,同时增加一个新的节点,见图 1-9(a)。

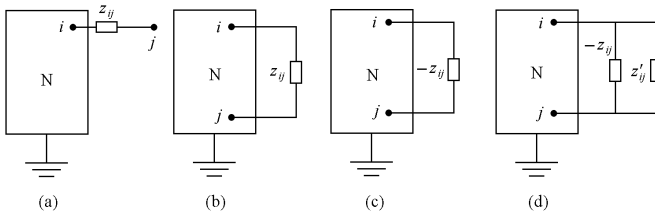


图 1-9 电力网络接线变更示意图

设 i 为原有网络 N 中任意一节点, j 为新增加节点, z_{ij} 为新增加的支路阻抗。由于增加了一个新的节点,因而导纳矩阵相应增加一阶。因为 j 点只有一条支路,所以

$$Y_{jj} = \frac{1}{z_{ij}}$$

并增加非对角元素

$$Y_{ij} = Y_{ji} = -\frac{1}{z_{ij}}$$

在这种情况下,原有网络 i 节点的自导纳应有如下的增量:

$$\Delta Y_{ii} = \frac{1}{z_{ij}}$$

(2) 在原有节点 i 和 j 间增加一条支路,见图 1-9(b)。

在这种情况下,虽增加了支路,但并不增加节点数,导纳矩阵的阶数不变。但是,与节点 i 、 j 有关的元素应作以下修正:

$$\left. \begin{aligned} \Delta Y_{ii} &= \frac{1}{z_{ij}} \\ \Delta Y_{jj} &= \frac{1}{z_{ij}} \\ \Delta Y_{ij} &= \Delta Y_{ji} = -\frac{1}{z_{ij}} \end{aligned} \right\} \quad (1-40)$$

(3) 在原有网络节点 i 和 j 间切除一条阻抗为 z_{ij} 的支路。

在这种情况下,相当于在节点 i 和 j 间追加一条阻抗为 $-z_{ij}$ 的支路,见图 1-9(c)。因此导纳矩阵有关元素应作以下修改:

$$\left. \begin{aligned} \Delta Y_{ii} &= -\frac{1}{z_{ij}} \\ \Delta Y_{jj} &= -\frac{1}{z_{ij}} \\ \Delta Y_{ij} &= \Delta Y_{ji} = \frac{1}{z_{ij}} \end{aligned} \right\} \quad (1-41)$$

(4) 原有网络节点 i 和 j 之间支路阻抗由 z_{ij} 改变为 z'_{ij} 。

在这种情况下,可以看作首先在节点 i 和 j 间切除阻抗为 z_{ij} 的支路,然后再在节点 i 和 j 间追加阻抗为 z'_{ij} 的支路,如图1-9(d)所示。根据式(1-40)及式(1-41),读者不难求出 在此情况下导纳矩阵有关元素的修正量。

应该指出,以上增加或切除的支路都是当作只有阻抗的线路来处理的,如果增加或切除的支路是变压器或移相器,则以上有关导纳矩阵元素的修改应按式(1-33)~ (1-35)或式(1-36)~ (1-39)进行。

【例 1-1】 在图 1-10 中表示了一个电力网络的等值电路。图中给出了支路阻抗和对地导纳的标么值。其中节点 2 和 4 间、节点 3 和 5 间为变压器支路,变压器漏抗和变比如图所示。试求其导纳矩阵。

【解】 根据本节所述的方法,可以按节点顺序逐行逐列地求出导纳矩阵的有关元素。

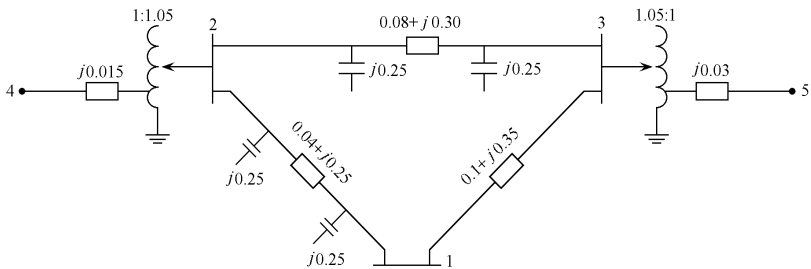


图 1-10 系统等值电路图

图 1-10 中接地支路(并联支路)标出的是导纳值,节点间支路(串联支路)标出的是阻抗值。由式(1-31)可以求出节点 1 的自导纳为

$$Y_{11} = y_{10} + y_{12} + y_{13} = j0.25 + \frac{1}{0.04 + j0.25} + \frac{1}{0.1 + j0.35}$$

$$= 1.378742 - j6.291665$$

与节点 1 有关的互导纳可根据式(1-32)求出:

$$Y_{21} = Y_{12} = -y_{12} = -\frac{1}{0.04 + j0.25} = -0.624025 + j3.900156$$

$$Y_{31} = Y_{13} = -y_{13} = -\frac{1}{0.1 + j0.35} = -0.754717 + j2.641509$$

支路 2-4 为变压器支路,采用图 1-4(a)的模拟电路,由式(1-31)及式(1-35)可以求出节点 2 的自导纳为

$$Y_{22} = y_{20} + y_{12} + y_{23} + \frac{Y_{42}}{K_{42}^2}$$

$$= (j0.25 + j0.25) + \frac{1}{0.04 + j0.25} + \frac{1}{0.08 + j0.30} + \frac{1}{j0.015} \times \frac{1}{1.05^2}$$

$$= 1.453909 - j66.98082$$

与节点 2 有关的互导纳为

之后,形成 $n \times (n+1)$ 阶增广矩阵:

$$\bar{A} = [A \ B] = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} & b_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & a_{1,n+1} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & a_{2,n+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} & a_{n,n+1} \end{vmatrix}$$

为了方便讨论,上式中用 $a_{j,n+1}$ 替代了 $b_j (j=1,2,\dots,n)$ 。

首先讨论按列消去过程,它的运算步骤如下:

第一步,消去第一列。

首先,把增广矩阵 \bar{A} 的第一行规格化为

$$1 \quad a_{12}^{(1)} \quad a_{13}^{(1)} \quad \cdots \quad a_{1,n+1}^{(1)} \quad (1-42)$$

式中:

$$a_{1j}^{(1)} = \frac{a_{1j}}{a_{11}} \quad (j=2,3,\dots,n+1)$$

然后,用式(1-42)所表示的行消去 \bar{A} 的第一列对角线以下各元素 $a_{21}, a_{31}, \dots, a_{n1}$, 结果使 \bar{A} 的第 2~n 行其他元素化为

$$a_{ij}^{(1)} = a_{ij} - a_{i1}a_{1j}^{(1)} \quad (j=2,3,\dots,n+1; \quad i=2,3,\dots,n)$$

式中:上标(1)表示该元素第一次运算的结果。这时矩阵 \bar{A} 变为 \bar{A}_1 :

$$\bar{A}_1 = [A_1 \ B_1] = \begin{vmatrix} 1 & a_{12}^{(1)} & \cdots & a_{1n}^{(1)} & a_{1,n+1}^{(1)} \\ a_{22}^{(1)} & \cdots & a_{2n}^{(1)} & a_{2,n+1}^{(1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n2}^{(1)} & \cdots & a_{nn}^{(1)} & a_{n,n+1}^{(1)} \end{vmatrix}$$

与之对应的方程组是 $A_1 X = B_1$, 它与 $AX = B$ 同解。矩阵未标出的元素为零,下同。

第二步,消去第二列。

首先,把增广矩阵 \bar{A}_1 的第二行规格化为

$$0 \quad 1 \quad a_{23}^{(2)} \quad \cdots \quad a_{2,n+1}^{(2)} \quad (1-43)$$

式中:

$$a_{2j}^{(2)} = a_{2j}^{(1)} / a_{22}^{(1)} \quad (j=3,4,\dots,n+1)$$

然后,用式(1-43)所表示的行消去 \bar{A}_1 的第二列对角线以下各元素 $a_{32}^{(1)}, a_{42}^{(1)}, \dots, a_{n2}^{(1)}$, 结果使 \bar{A}_1 的第 3~n 行其他元素化为

$$a_{ij}^{(2)} = a_{ij}^{(1)} - a_{i2}^{(1)} a_{2j}^{(2)} \quad (j=3,4,\dots,n+1; \quad i=3,4,\dots,n)$$

式中:上标(2)表示该元素第二次运算的结果。这时矩阵 \bar{A}_1 变为 \bar{A}_2 :

$$\bar{A}_2 = [A_2 \ B_2] = \begin{vmatrix} 1 & a_{12}^{(1)} & a_{13}^{(1)} & \cdots & a_{1n}^{(1)} & a_{1,n+1}^{(1)} \\ & 1 & a_{23}^{(2)} & \cdots & a_{2n}^{(2)} & a_{2,n+1}^{(2)} \\ & & a_{33}^{(2)} & \cdots & a_{3n}^{(2)} & a_{3,n+1}^{(2)} \\ & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ & & a_{n3}^{(2)} & \cdots & a_{nn}^{(2)} & a_{n,n+1}^{(2)} \end{vmatrix}$$

一般地,在消去第 k 列时要做以下的运算:

$$a_{kj}^{(k)} = a_{kj}^{(k-1)} / a_{kk}^{(k-1)} \quad (j = k + 1, \dots, n + 1) \quad (1-44)$$

$$a_{ij}^{(k)} = a_{ij}^{(k-1)} - a_{ik}^{(k-1)} a_{kj}^{(k)} \quad (j = k + 1, \dots, n + 1; i = k + 1, \dots, n) \quad (1-45)$$

经过对矩阵 \bar{A} 的 n 次消去运算, 即 k 从 1 依次取到 n 按式(1-44)、式(1-45)运算, 使矩阵 \bar{A} 对角线以下的元素全部化为零, 从而得到增广矩阵

$$\bar{A}_n = [A_n \quad B_n] = \begin{pmatrix} 1 & a_{12}^{(1)} & a_{13}^{(1)} & \cdots & a_{1n}^{(1)} & a_{1, n+1}^{(1)} \\ & 1 & a_{23}^{(2)} & \cdots & a_{2n}^{(2)} & a_{2, n+1}^{(2)} \\ & & 1 & \cdots & a_{3n}^{(3)} & a_{3, n+1}^{(3)} \\ & & & \ddots & \vdots & \vdots \\ & & & & 1 & a_{n, n+1}^{(n)} \end{pmatrix} \quad (1-46)$$

与之对应的方程组是 $A_n X = B_n$, 即

$$\begin{cases} x_1 + a_{12}^{(1)} x_2 + a_{13}^{(1)} x_3 + \cdots + a_{1n}^{(1)} x_n = a_{1, n+1}^{(1)} \\ x_2 + a_{23}^{(2)} x_3 + \cdots + a_{2n}^{(2)} x_n = a_{2, n+1}^{(2)} \\ x_3 + \cdots + a_{3n}^{(3)} x_n = a_{3, n+1}^{(3)} \\ \vdots \\ x_n = a_{n, n+1}^{(n)} \end{cases} \quad (1-47)$$

它与原方程组 $AX = B$ 同解。

现在来讨论按行回代过程。对于方程组(1-47), 回代运算自下而上进行。首先由第 n 个方程可知

$$x_n = a_{n, n+1}^{(n)}$$

然后将 x_n 代入第 $n-1$ 个方程, 解出

$$x_{n-1} = a_{n-1, n+1}^{(n-1)} - a_{n-1, n}^{(n-1)} x_n$$

再将 x_{n-1} 和 x_n 代入第 $n-2$ 个方程, 可解出 x_{n-2} 。一般地, 把已求出的 $x_{i+1}, x_{i+2}, \dots, x_n$ 代入第 i 个方程, 即可求出

$$x_i = a_{i, n+1}^{(i)} - \sum_{j=i+1}^n a_{ij}^{(i)} x_j \quad (i = n, \dots, 2, 1) \quad (1-48)$$

式(1-48)就是按行回代的一般公式。

【例 1-2】 利用高斯消去法求解下列线性方程组:

$$x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 5$$

$$2x_1 + x_2 = 3$$

$$x_1 + x_3 = 2$$

$$x_1 + x_4 = 2$$

【解】 由原方程组可写出其增广矩阵

$$\left(\begin{array}{cccc|c} (1) & 2 & 1 & 1 & 5 \\ & 2 & 1 & 0 & 3 \\ & 1 & 0 & 1 & 2 \\ & 1 & 0 & 0 & 2 \end{array} \right)$$

首先按式(1-44)对第一行规格化, 即用其对角元素 1 除第一行各元素, 得到

$$\left| \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 1 & 5 \\ (2) & 1 & 0 & 0 & 3 \\ (1) & 0 & 1 & 0 & 2 \\ (1) & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right|$$

然后按式(1-45)消去第一列,得到

$$\left| \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 1 & 5 \\ (-3) & -2 & -2 & -2 & -7 \\ -2 & 0 & -1 & -3 & -3 \\ -2 & -1 & 0 & -3 & -3 \end{array} \right|$$

现在对第二列进行消去运算。先按式(1-44)对第二行规格化,即用其对角元素-3除第二行各元素:

$$\left| \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 1 & 5 \\ & 1 & 2/3 & 2/3 & 7/3 \\ (-2) & 0 & -1 & -3 & -3 \\ (-2) & -1 & 0 & -3 & -3 \end{array} \right|$$

然后按式(1-45)消去第二列,得到

$$\left| \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 1 & 5 \\ & 1 & 2/3 & 2/3 & 7/3 \\ & & (4/3) & 1/3 & 5/3 \\ & & 1/3 & 4/3 & 5/3 \end{array} \right|$$

现在对第三列进行消去运算。先按式(1-44)对第三行规格化,即用其对角元素4/3除第三行各元素:

$$\left| \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 1 & 5 \\ & 1 & 2/3 & 2/3 & 7/3 \\ & & 1 & 1/4 & 5/4 \\ & & (1/3) & 4/3 & 5/3 \end{array} \right|$$

然后按式(1-45)消去第三列,得到

$$\left| \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 1 & 5 \\ & 1 & 2/3 & 2/3 & 7/3 \\ & & 1 & 1/4 & 5/4 \\ & & & (5/4) & 5/4 \end{array} \right|$$

最后,按式(1-44)对第四行规格化,即用其对角元素15/12除第四行元素:

$$\left| \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 1 & 5 \\ & 1 & 2/3 & 2/3 & 7/3 \\ & & 1 & 1/4 & 5/4 \\ & & & 1 & 1 \end{array} \right|$$

这样,经消去运算后,我们得到原方程组的同解方程组为