

自动控制原理

第四版

胡寿松 主编

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书系《自动控制原理》一书的第四版,比较全面地阐述了自动控制的基本理论与应用。全书共分十章,前八章着重介绍经典控制理论及应用,后两章介绍现代控制理论中的线性系统理论和最优控制理论。

本书精选了第三版中的主要内容,加强了对基本理论及其应用的阐述。书中深入浅出地介绍了自动控制的基本概念,控制系统在时域和复域中的数学模型及其结构图和信号流图;比较全面地阐述了线性控制系统的时域分析法、根轨迹法、频域分析法以及校正和设计等方法;对线性离散系统的基础理论、数学模型、稳定性及稳态误差、动态性能分析以及数字校正等问题,进行了比较详细的讨论;在非线性控制系统分析方面,给出了相平面和描述函数两种常用的分析方法,对目前应用日益增多的非线性控制的逆系统方法也作了较为详细的介绍;最后两章根据高新技术发展的需要系统地阐述了线性系统的状态空间分析与综合,以及动态系统的最优控制等方法。书末给出的两个附录,可供读者在学习本书的过程中查询之用。

本书 1985 年被评为航空工业部优秀教材,1988 年被评为全国优秀教材,1997 年被评为国家级教学成果二等奖,同年被批准列为国家“九五”重点教材。

本书可作为高等工业院校自动控制、工业自动化、电气自动化、仪表及测试、机械、动力、冶金等专业的教科书,亦可供从事自动控制类的各专业工程技术人员自学参考。

图书在版编目(CIP)数据

自动控制原理/胡寿松主编. -4版. -北京:科学出版社,2001

ISBN 7-03-008881-6

I. 自… II. 胡… III. 自动控制理论 IV. TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 52861 号

责任编辑:李淑兰 马长芳/责任校对:柏连海

责任印制:钱玉芳/封面设计:高海英

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

1979 年 12 月 第 一 版 开本:787×1092 1/16

1984 年 6 月 第 二 版 印张:39 1/2

1994 年 5 月 第 三 版 字数:922 000

2001 年 2 月 第 四 版 印数:303 001~318 000

2005 年 1 月 第 二 十 五 次 印 刷

定 价:39.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换 环伟)

第四版前言

自动控制技术已广泛应用于制造业、农业、交通、航空及航天等众多产业部门,极大地提高了社会劳动生产率,改善了人们的劳动条件,丰富和提高了人民的生活水平。在今天的社会生活中,自动化装置无所不在,为人类文明进步做出了重要贡献:20世纪90年代,实现了万米深海探测;通信和金融业已接近全面自动化;哈勃太空望远镜为研究宇宙提供了前所未有的机会;美国研制的探路者小车胜利地完成了火星表面的实地探测。

在控制技术需求推动下,控制理论本身也取得了显著进步。从线性近似到非线性系统的研究取得了新的成就,借助微分几何的固有非线性框架来研究非线性系统的控制,已成为目前重要研究方向之一;离散事件动态系统理论的形成,扩展了对离散系统的描述和分析能力;分布参数系统的研究又有了新的突破;不确定性 H^∞ 控制及系统对外扰的鲁棒性分析和设计已扩展到无穷维空间。实践证明,系统或参数识别技术对加工随机信息具有不可替代的应用价值。自适应、自校正、自修复、自组织系统的研究和应用又有了新的发展。

为了适应控制技术和控制理论发展形势的需要,我们对1994年出版的《自动控制原理》(第三版)再次进行了全面修订。这次修订,除保持本书深入浅出、理论严谨、系统性强、富有工程性以及便于自学的特点外,我们突出了削枝强干、精益求精的思想,加强了系统建模内容,增加了目前应用日益增多的非线性控制的逆系统方法,并重新撰写了频域分析法、非线性控制系统分析、线性系统理论及最优控制理论等内容,力求奉献给读者一本较完美的控制理论教科书。我们仍然坚信,本书对培养读者的辩证思维能力和创新能力,树立理论联系实际的科学观点,以及提高综合分析问题的能力等方面,都具有重要的作用。

本书初版于1979年由国防工业出版社出版,至今经历了20余年的时间历程。在广大读者的支持、关心和爱护下,本书获得了众多殊荣:1985年,本书获航空工业部优秀教材奖;1988年,获国家级优秀教材奖;1997年,获国家级教学成果二等奖;1997年,本书第四版被批准列为国家“九五”重点教材。

本书第四版由胡寿松教授主编,各章编写作者有沈程智(第四章)、吴庆宪(第五、八章)、李言俊(第九章)、胡寿松(其余各章)。应当指出,本书从初版至第四版,是一个不断完善、不断提高的过程,本书第一至第三版的不少作者,或者由于退休,或者由于工作调动等原因而不再参与第四版的工作,但他们对本书的贡献是不可磨灭的。在此,仅向曾参与本书各版编写的教授们表示感谢,他们是徐滨昌、陈新海、周凤歧、林其、阙志宏、胡干跃、程鹏、林代业、田林、孟宪蕾等教授。我们还要特别感谢中国科学院院士杨嘉墀先生和冯纯伯先生,他们百忙中对本书提出了建设性指导意见。此外我们还要感谢吴宏鑫、戴冠中、郑应平、张明廉、张洪钺、王执铨、胡维礼、史维、胡裕德、姚琼荃、何亚群、迟磊、吴晓蓓等教授对本书的关心和帮助。

对于本版中存在的错误和不妥之处,继续恳请广大读者不吝指正。

胡寿松

2000年6月

目 录

第四版前言

第一章 自动控制的一般概念	1
1-1 自动控制的基本原理与方式	1
1-2 自动控制系统示例	7
1-3 自动控制系统的分类	11
1-4 对自动控制系统的基本要求	13
习题	16
第二章 控制系统的数学模型	20
2-1 控制系统的时域数学模型	20
2-2 控制系统的复数域数学模型	29
2-3 控制系统的结构图与信号流程图	41
2-4 数学模型的实验测定法	64
习题	69
第三章 线性系统的时域分析法	77
3-1 系统时间响应的性能指标	77
3-2 一阶系统的时域分析	80
3-3 二阶系统的时域分析	83
3-4 高阶系统的时域分析	102
3-5 线性系统的稳定性分析	109
3-6 线性系统的稳态误差计算	118
习题	133
第四章 线性系统的根轨迹法	137
4-1 根轨迹法的基本概念	137
4-2 根轨迹绘制的基本法则	140
4-3 广义根轨迹	154
4-4 系统性能的分析	163
习题	166

第五章 线性系统的频域分析法	170
5-1 引言	170
5-2 频率特性	170
5-3 开环系统的典型环节分解和开环频率特性曲线的绘制	175
5-4 频率域稳定判据	192
5-5 稳定裕度	201
5-6 闭环系统的频域性能指标	205
习题	215
第六章 线性系统的校正方法	219
6-1 系统的设计与校正问题	219
6-2 常用校正装置及其特性	226
6-3 串联校正	236
6-4 反馈校正	251
6-5 复合校正	258
习题	265
第七章 线性离散系统的分析与校正	270
7-1 离散系统的基本概念	270
7-2 信号的采样与保持	277
7-3 z 变换理论	286
7-4 离散系统的数学模型	299
7-5 离散系统的稳定性与稳态误差	317
7-6 离散系统的动态性能分析	330
7-7 离散系统的数字校正	336
习题	346
第八章 非线性控制系统分析	350
8-1 非线性控制系统概述	350
8-2 常见非线性特性及其对系统运动的影响	354
8-3 相平面法	357
8-4 描述函数法	373
8-5 非线性控制的逆系统方法	389
习题	393
第九章 线性系统的状态空间分析与综合	398

9-1 线性系统的状态空间描述	398
9-2 线性系统的可控性与可观测性	433
9-3 线性定常系统的线性变换	460
9-4 线性定常系统的反馈结构及状态观测器	477
9-5 李雅普诺夫稳定性分析	501
习题	510
第十章 动态系统的最优控制方法	516
10-1 最优控制的一般概念	516
10-2 最优控制中的变分法	520
10-3 极小值原理及其应用	537
10-4 线性二次型问题的最优控制	559
10-5 动态规划	576
习题	590
附录 A 傅里叶变换和拉普拉斯变换	594
附录 B 矩阵微分法	610
参考文献	621

第一章 自动控制的一般概念

1-1 自动控制的基本原理与方式

1. 自动控制技术及其应用

在现代科学技术的众多领域中,自动控制技术起着越来越重要的作用。所谓自动控制,是指在没有人直接参与的情况下,利用外加的设备或装置(称控制装置或控制器),使机器、设备或生产过程(统称被控对象)的某个工作状态或参数(即被控量)自动地按照预定的规律运行。例如,数控车床按照预定程序自动地切削工件;化学反应炉的温度或压力自动地维持恒定;雷达和计算机组成的导弹发射和制导系统,自动地将导弹引导到敌方目标;无人驾驶飞机按照预定航迹自动升降和飞行;人造卫星准确地进入预定轨道运行并回收等,这一切都是以应用高水平的自动控制技术为前提的。

近几十年来,随着电子计算机技术的发展和应用,在宇宙航行、机器人控制、导弹制导以及核动力等高新技术领域中,自动控制技术更具有特别重要的作用。不仅如此,自动控制技术的应用范围现已扩展到生物、医学、环境、经济管理和其它许多社会生活领域中,自动控制已成为现代社会活动中不可缺少的重要组成部分。

2. 自动控制理论

自动控制理论是研究自动控制共同规律的技术科学。它的发展初期,是以反馈理论为基础的自动调节原理,主要用于工业控制。第二次世界大战期间,为了设计和制造飞机及船用自动驾驶仪、火炮定位系统、雷达跟踪系统以及其它基于反馈原理的军用装备,进一步促进并完善了自动控制理论的发展。到战后,已形成完整的自动控制理论体系,这就是以传递函数为基础的经典控制理论,它主要研究单输入-单输出、线性定常系统的分析和设计问题。

20世纪60年代初期,随着现代应用数学新成果的推出和电子计算机技术的应用,为适应宇航技术的发展,自动控制理论跨入了一个新阶段——现代控制理论。它主要研究具有高性能、高精度的多变量变参数系统的最优控制问题,主要采用的方法是以状态为基础的状态空间法。目前,自动控制理论还在继续发展,正向以控制论、信息论、仿生学为基础的智能控制理论深入。

3. 反馈控制原理

为了实现各种复杂的控制任务,首先要将被控对象和控制装置按照一定的方式连接起来,组成一个有机总体,这就是自动控制系统。在自动控制系统中,被控对象的输出量即被控量是要求严格加以控制的物理量,它可以要求保持为某一恒定值,例如温度、压力、液位等,也可以要求按照某个给定规律运行,例如飞行航迹、记录曲线等;而控制装置则是对

被控对象施加控制作用的机构的总体,它可以采用不同的原理和方式对被控对象进行控制,但最基本的一种是基于反馈控制原理组成的反馈控制系统。

在反馈控制系统中,控制装置对被控对象施加的控制作用,是取自被控量的反馈信息,用来不断修正被控量与输入量之间的偏差,从而实现对被控对象进行控制的任务,这就是反馈控制的原理。

其实,人的一切活动都体现出反馈控制的原理,人本身就是一个具有高度复杂控制能力的反馈控制系统。例如,人用手拿取桌上的书,汽车司机操纵方向盘驾驶汽车沿公路平稳行驶等,这些日常生活中习以为常的平凡动作都渗透着反馈控制的深奥原理。下面,通过解剖手从桌上取书的动作过程,透视一下它所包含的反馈控制机理。在这里,书位置是手运动的指令信息,一般称为输入信号。取书时,首先人要用眼睛连续目测手相对于书的位置,并将这个信息送入大脑(称为位置反馈信息);然后由大脑判断手与书之间的距离,产生偏差信号,并根据其大小发出控制手臂移动的命令(称为控制作用或操纵量),逐渐使手与书之间的距离(即偏差)减小。显然,只要这个偏差存在,上述过程就要反复进行,直到偏差减小为零,手便取到了书。可以看出,大脑控制手取书的过程,是一个利用偏差(手与书之间距离)产生控制作用,并不断使偏差减小直至消除的运动过程;同时,为了取得偏差信号,必须要有手位置的反馈信息,两者结合起来,就构成了反馈控制。显然,反馈控制实质上是一个按偏差进行控制的过程,因此,它也称为按偏差的控制,反馈控制原理就是按偏差控制的原理。

人取物视为一个反馈控制系统时,手是被控对象,手位置是被控量(即系统的输出量),产生控制作用的机构是眼睛、大脑和手臂,统称为控制装置。我们可以用图 1-1 的系统方块图来展示这个反馈控制系统的基本组成及工作原理。

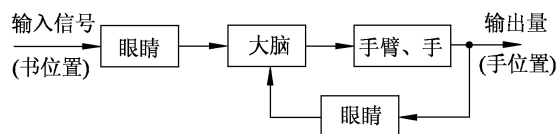


图 1-1 人取书的反馈控制系统方块图

通常,我们把取出输出量送回到输入端,并与输入信号相比较产生偏差信号的过程,称为反馈。若反馈的信号是与输入信号相减,使产生的偏差越来越小,则称为负反馈;反之,则称为正反馈。反馈控制就是采用负反馈并利用偏差进行控制的过程,而且,由于引入了被控量的反馈信息,整个控制过程成为闭合过程,因此反馈控制也称闭环控制。

在工程实践中,为了实现对被控对象的反馈控制,系统中必须配置具有人的眼睛、大脑和手臂功能的设备,以便用来对被控量进行连续地测量、反馈和比较,并按偏差进行控制。这些设备依其功能分别称为测量元件、比较元件和执行元件,并统称为控制装置。

在工业控制中,龙门刨床速度控制系统就是按照反馈控制原理进行工作的。通常,当龙门刨床加工表面不平整的毛坯时,负载会有很大的波动,但为了保证加工精度和表面光洁度,一般不允许刨床速度变化过大,因此必须对速度进行控制。图 1-2 是利用速度反馈

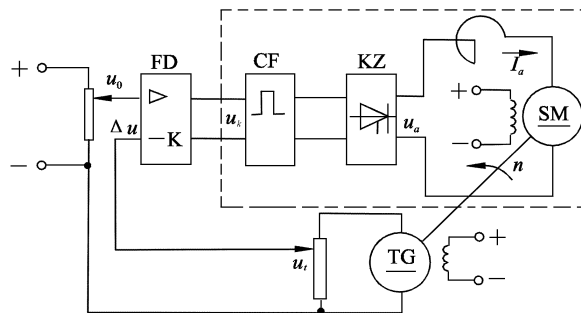


图 1-2 龙门刨床速度控制系统原理图

对刨床速度进行自动控制的原理示意图。图中，刨床主电动机 **SM** 是电枢控制的直流电动机，其电枢电压由晶闸管整流装置 **KZ** 提供，并通过调节触发器 **CF** 的控制电压 u_k ，来改变电动机的电枢电压，从而改变电动机的速度（被控量）。测速发电机 **TG** 是测量元件，用来测量刨床速度并给出与速度成正比的电压 u_f 。然后，将 u_f 反馈到输入端并与给定电压 u_0 反向串联便得到偏差电压 $\Delta u = u_0 - u_f$ 。在这里， u_0 是根据刨床工作情况预先设置的速度给定电压，它与反馈电压 u_f 相减便形成偏差电压，因此 u_f 称为负反馈电压。一般，偏差电压比较微弱，需经放大器 **FD** 放大后才能作为触发器的控制电压。在这个系统中，被控对象是电动机，触发器和整流装置起了执行控制动作的作用，故称为执行元件。现在具体分析一下刨床速度自动控制的过程。当刨床正常工作时，对于某给定电压 u_0 ，电动机必有确定的速度给定值 n 相对应，同时亦有相应的测速发电机电压 u_f ，以及相应的偏差电压 Δu 和触发器控制电压 u_k 。如果刨床负载变化，例如增加负载，将使速度降低而偏离给定值，同时，测速发电机电压 u_f 将相应减小，偏差电压 Δu 将因此增大，触发器控制电压 u_k 也随之增大，从而使晶闸管整流电压 u_a 升高，逐步使速度回升到给定值附近。这个过程可用图 1-3 的一组曲线表明。由图可见，负载 M_1 在 t_1 时突增为 M_2 ，致使电动机速度由给定值 n_1 急剧下降。但随着 Δu 和 u_k 的增大，速度很快回升， t_2 时速度便回升到 n_2 ，它与给定值 n_1 已相差无几了。反之，如果刨床速度因减小负载致使速度上升，则各电压量反向变化，速度回落过程完全一样。另外，如果调整给定电压 u_0 ，便可改变刨床工作速度。因此，采用图 1-2 的自动控制系统，既可以在不同负载下自动维持刨床速度不变，也可以根据需要自动地改变刨床速度，其工作原理都是相同的。它们都是由测量元件（测速发电机）对被控量（速度）进行检测，并将它反馈至比较电路与给定值相减而得到偏差电压（速度负反馈），经放大器放大、变换后，执行元件（触发器和晶闸管整流装置）便依据偏差电压的性质对被控量（速度）进行相应调节，从而使偏差消失或减小到允许范围。可见，这是一个由负反馈产生偏差，并利用偏差进行控制直到最后消除偏差的过程，这就是负反馈控制原理，简称反馈控制原理。

应当指出的是，图 1-2 的刨床速度控制系统是一个有静差系统。由图 1-3 的速度控制过程曲线可以看出，速度最终达到的稳态值 n_2 与原给定速度 n_1 之间始终有一个差值存在，这个差值是用来产生一个附加的电动机电枢电压，以补偿因增加负载而引起的速度下降。因此，差值的存在是保证系统正常工作所必需的，一般称为稳态误差。如果从结构上加以改进，这个稳态误差是可以消除的。

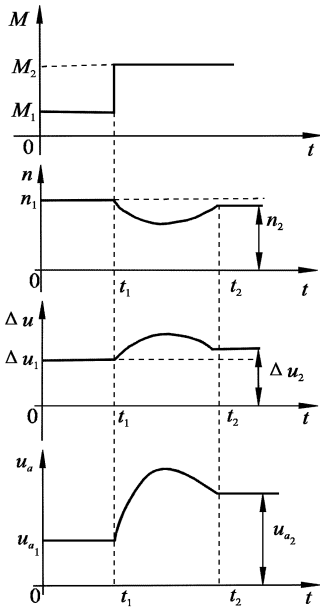


图 1-3 龙门刨床速度自动控制过程

种：

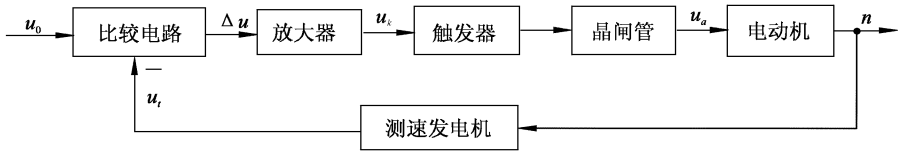


图 1-4 龙门刨床速度控制系统方块图

测量元件 其职能是检测被控制的物理量,如果这个物理量是非电量,一般要再转换为电量。例如,测速发电机用于检测电动机轴的速度并转换为电压;电位器、旋转变压器或自整角机用于检测角度并转换为电压;热电偶用于检测温度并转换为电压等。

给定元件 其职能是给出与期望的被控量相对应的系统输入量(即参据量)。例如图 1-2 中给出电压 u_0 的电位器。

比较元件 其职能是把测量元件检测的被控量实际值与给定元件给出的参据量进行比较,求出它们之间的偏差。常用的比较元件有差动放大器、机械差动装置、电桥电路等。图 1-2 中,由于给定电压 u_0 和反馈电压 u_f 都是直流电压,故只需将它们反向串联便可得到偏差电压。

放大元件 其职能是将比较元件给出的偏差信号进行放大,用来推动执行元件去控制被控对象。电压偏差信号,可用晶体管、集成电路、晶闸管等组成的电压放大级和功率放大级加以放大。

执行元件 其职能是直接推动被控对象,使其被控量发生变化。用来作为执行元件的有阀、电动机、液压马达等。

校正元件 也叫补偿元件,它是结构或参数便于调整的元部件,用串联或反馈的方式

图 1-4 是与图 1-2 对应的刨床速度控制系统方块图。在方块图中,被控对象和控制装置的各元部件(硬件)分别用一些方块表示。系统中感兴趣的物理量(信号),如电流、电压、温度、位置、速度、压力等,标志在信号线上,其流向用箭头表示。用进入方块的箭头表示各元部件的输入量,用离开方块的箭头表示其输出量,被控对象的输出量便是系统的输出量,即被控量,一般置于方块图的最右端;系统的输入量,即参据量,一般置于系统方块图的左端。

4. 反馈控制系统的基本组成

反馈控制系统是由各种结构不同的元部件组成的。从完成“自动控制”这一职能来看,一个系统必然包含被控对象和控制装置两大部分,而控制装置是由具有一定职能的各种基本元件组成的。在不同系统中,结构完全不同的元部件却可以具有相同的职能,因此,将组成系统的元部件按职能分类主要有以下几

连接在系统中,以改善系统的性能。最简单的校正元件是由电阻、电容组成的无源或有源网络,复杂的则用电子计算机。

一个典型的反馈控制系统基本组成可用图 1-5 方块图表示。图中,用“○”代表比较元件,它将测量元件检测到的被控量与参据量进行比较,“-”号表示两者符号相反,即负反馈;“+”号表示两者符号相同,即正反馈。信号从输入端沿箭头方向到达输出端的传输通路称前向通路;系统输出量经测量元件反馈到输入端的传输通路称主反馈通路。前向通路与主反馈通路共同构成主回路。此外,还有局部反馈通路以及由它构成的内回路。只包含一个主反馈通路的系统称单回路系统;有两个或两个以上反馈通路的系统称多回路系统。

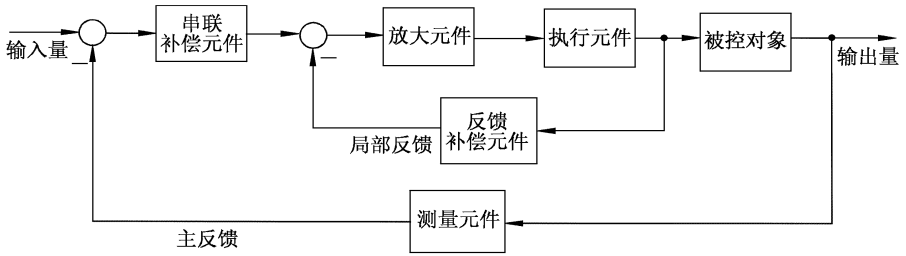


图 1-5 反馈控制系统基本组成

一般,加到反馈控制系统上的外作用有两种类型,一种是有用输入,一种是扰动。有用输入决定系统被控量的变化规律,例如参据量;而扰动是系统不希望有的外作用,它破坏有用输入对系统的控制。在实际系统中,扰动总是不可避免的,而且它可以作用于系统中的任何元部件上,也可能一个系统同时受到几种扰动作用。电源电压的波动,环境温度、压力以及负载的变化,飞行中气流的冲击,航海中的波浪等,都是现实中存在的扰动。在图 1-2 的速度控制系统中,切削工件外形及切削量的变化就是一种扰动,它直接影响电动机的负载转矩,并进而引起刨床速度的变化。

5. 自动控制系统基本控制方式

反馈控制是自动控制系统最基本的控制方式,也是应用最广泛的一种控制方式。除此之外,还有开环控制方式和复合控制方式,它们都有其各自的特点和不同的适用场合。近几十年来,以现代数学为基础,引入电子计算机的新的控制方式也有了很大发展,例如最优控制、自适应控制、模糊控制等。

(1) 反馈控制方式

如前所述,反馈控制方式是按偏差进行控制的,其特点是不论什么原因使被控量偏离期望值而出现偏差时,必定会产生一个相应的控制作用去减小或消除这个偏差,使被控量与期望值趋于一致。可以说,按反馈控制方式组成的反馈控制系统,具有抑制任何内、外扰动对被控量产生影响的能力,有较高的控制精度。但这种系统使用的元件多,结构复杂,特别是系统的性能分析和设计也较麻烦。尽管如此,它仍是一种重要的并被广泛应用的控制方式,自动控制理论主要的研究对象就是用这种控制方式组成的系统。

(2) 开环控制方式

开环控制方式是指控制装置与被控对象之间只有顺向作用而没有反向联系的控制过程,按这种方式组成的系统称为开环控制系统,其特点是系统的输出量不会对系统的控制作用发生影响。开环控制系统可以按给定量控制方式组成,也可以按扰动控制方式组成。

按给定量控制的开环控制系统,其控制作用直接由系统的输入量产生,给定一个输入量,就有一个输出量与之相对应,控制精度完全取决于所用的元件及校准的精度。在图 1-2 刨床速度控制系统中,若只考虑虚线框内的部件,便可视为按给定量控制的开环控制系统,刨床期望的速度值是事先调节触发器 CF 的控制电压 u_k 确定的。这样,在工作过程中,即使刨床速度偏离期望值,它也不会反过来影响控制电压 u_k ,因此,这种开环控制方式没有自动修正偏差的能力,抗扰动性较差。但由于其结构简单、调整方便、成本低,在精度要求不高或扰动影响较小的情况下,这种控制方式还有一定的实用价值。目前,用于国民经济各部门的一些自动化装置,如自动售货机、自动洗衣机、产品生产自动线、数控车床以及指挥交通的红绿灯的转换等,一般都是开环控制系统。

按扰动控制的开环控制系统,是利用可测量的扰动量,产生一种补偿作用,以减小或抵消扰动对输出量的影响,这种控制方式也称顺馈控制。例如,在一般的直流速度控制系统中,转速常常随负载的增加而下降,且其转速的下降是由于电枢回路的电压降引起的。如果我们设法将负载引起的电流变化测量出来,并按其大小产生一个附加的控制作用,用以补偿由它引起的转速下降,这样就可以构成按扰动控制的开环控制系统,如图 1-6 所示。可见,这种按扰动控制的开环控制方式是直接从扰动取得信息,并据以改变被控量,因此,其抗扰动性好,控制精度也较高,但它只适用于扰动是可测量的场合。

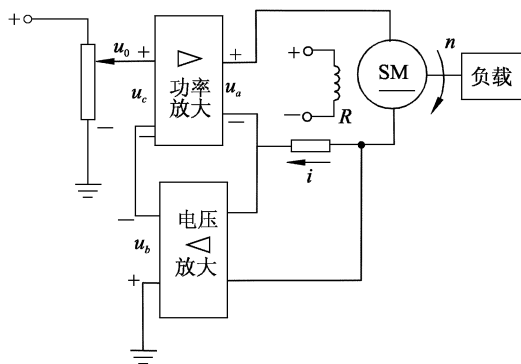


图 1-6 按扰动控制的速度控制系统

(3) 复合控制方式

按扰动控制方式在技术上较按偏差控制方式简单,但它只适用于扰动是可测量的场合,而且一个补偿装置只能补偿一种扰动因素,对其余扰动均不起补偿作用。因此,比较合理的一种控制方式是按把按偏差控制与按扰动控制结合起来,对于主要扰动采用适当的补偿装置实现按扰动控制,同时,再组成反馈控制系统实现按偏差控制,以消除其余扰动产生的偏差。这样,系统的主要扰动已被补偿,反馈控制系统就比较容易设计,控制效果也会更好。这种按偏差控制和按扰动控制相结合的控制方式称为复合控制方式。图 1-7 表示一

种同时按偏差和扰动控制电动机速度的复合控制系统原理线路图和方块图。

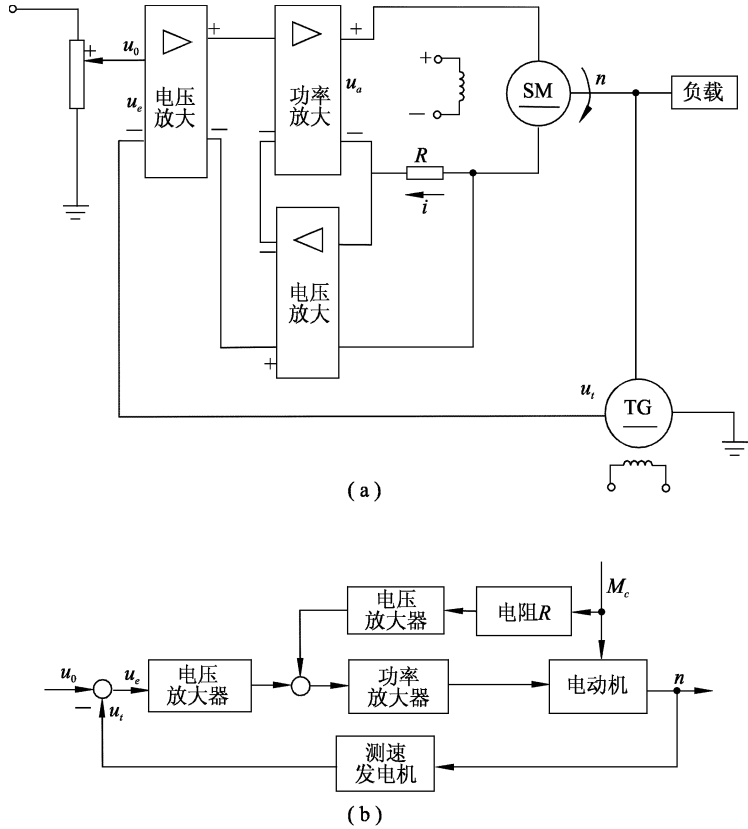


图 1-7 电动机速度复合控制系统

1-2 自动控制系统示例

1. 函数记录仪

函数记录仪是一种通用的自动记录仪,它可以在直角坐标上自动描绘两个电量的函数关系。同时,记录仪还带有走纸机构,用以描绘一个电量对时间的函数关系。

函数记录仪通常由衰减器、测量元件、放大元件、伺服电动机-测速机组、齿轮系及绳轮等组成,采用负反馈控制原理工作,其原理如图 1-8 所示。系统的输入是待记录电压,被控对象是记录笔,其位移即为被控量。系统的任务是控制记录笔位移,在记录纸上描绘出待记录的电压曲线。

在图 1-8 中,测量元件是由电位器 R_0 和 R_M 组成的桥式测量电路,记录笔就固定在电位器 R_M 的滑臂上,因此,测量电路的输出电压 u_p 与记录笔位移成正比。当有慢变的输入电压 u_r 时,在放大元件输入口得到偏差电压 $\Delta u = u_r - u_p$,经放大后驱动伺服电动机,并通过齿轮系及绳轮带动记录笔移动,同时使偏差电压减小。当偏差电压 $\Delta u = 0$ 时,电动机停止转动,记录笔也静止不动。此时, $u_p = u_r$,表明记录笔位移与输入电压相对应。如果输

入电压随时间连续变化,记录笔便描绘出随时间连续变化的相应曲线。函数记录仪方块图见图 1-9,图中测速发电机反馈与电动机速度成正比的电压,用以增加阻尼,改善系统性能。

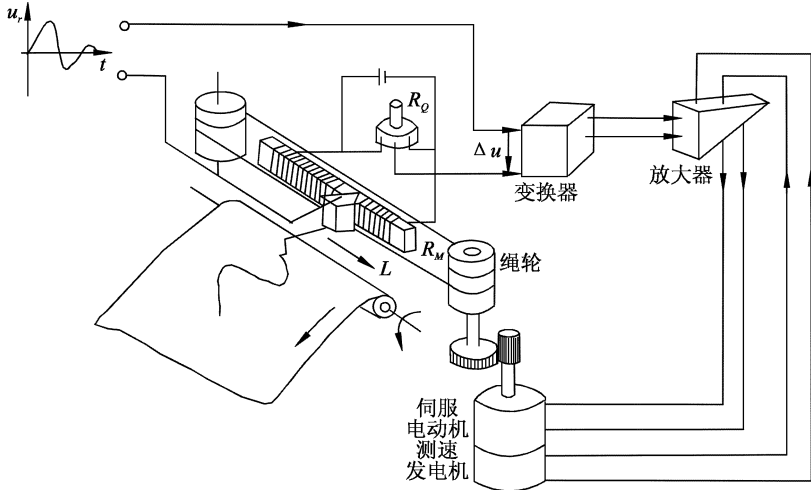


图 1-8 函数记录仪原理示意图

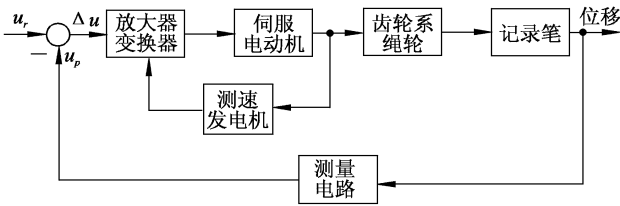


图 1-9 函数记录仪方块图

2 飞机-自动驾驶仪系统

飞机自动驾驶仪是一种能保持或改变飞机飞行状态的自动装置。它可以稳定飞行的姿态、高度和航迹;可以操纵飞机爬高、下滑和转弯。飞机与自动驾驶仪组成的自动控制系统称为飞机-自动驾驶仪系统。

如同飞行员操纵飞机一样,自动驾驶仪控制飞机飞行是通过控制飞机的三个操纵面(升降舵、方向舵、副翼)的偏转,改变舵面的空气动力特性,以形成围绕飞机质心的旋转转矩,从而改变飞机的飞行姿态和轨迹。现以比例式自动驾驶仪稳定飞机俯仰角为例,说明其工作原理。图 1-10 为飞机-自动驾驶仪系统稳定俯仰角的原理示意图。

图中,垂直陀螺仪作为测量元件用以测量飞机的俯仰角,当飞机以给定俯仰角水平飞行时,陀螺仪电位器没有电压输出;如果飞机受到扰动,使俯仰角向下偏离期望值,陀螺仪电位器输出与俯仰角偏差成正比的信号,经放大器放大后驱动舵机,一方面推动升降舵面向上偏转,产生使飞机抬头的转矩,以减小俯仰角偏差;同时还带动反馈电位器滑臂,输出与舵偏角成正比的电压并反馈到输入端。随着俯仰角偏差的减小,陀螺仪电位器输出信号

越来越小,舵偏角也随之减小,直到俯仰角回到期望值,这时,舵面也恢复到原来状态。

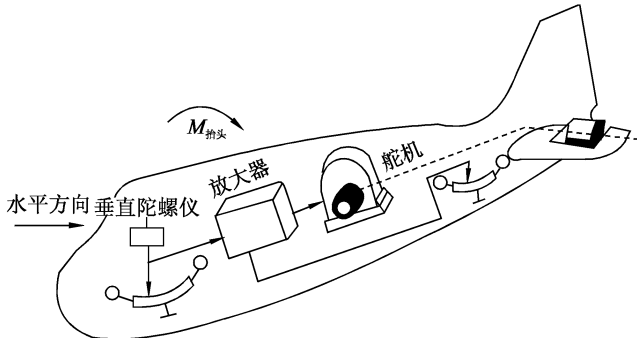


图 1-10 飞机-自动驾驶仪系统原理图

图 1-11 是飞机-自动驾驶仪系统稳定俯仰角的系统方块图,图中,飞机是被控对象,俯仰角是被控量,放大器、舵机、垂直陀螺仪、反馈电位器等是控制装置,即自动驾驶仪。参据量是给定的常值俯仰角,控制系统的任务就是在任何扰动(如阵风或气流冲击)作用下,始终保持飞机以给定俯仰角飞行。

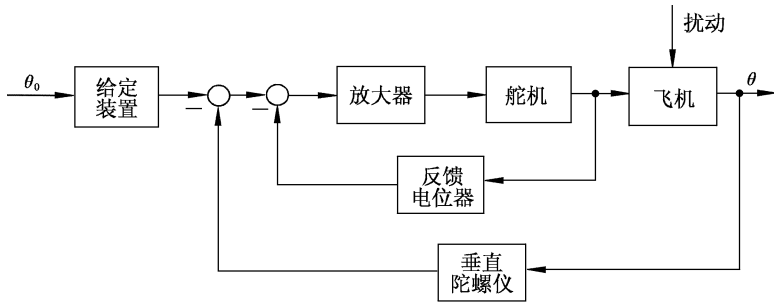


图 1-11 俯仰角控制系统方块图

3. 电阻炉微型计算机温度控制系统

用于工业生产中炉温控制的微型计算机控制系统,具有精度高、功能强、经济性好、无噪声、显示醒目、读数直观、打印存档方便、操作简单、灵活性和适应性好等一系列优点。用微型计算机控制系统代替模拟式控制系统是今后工业过程控制的发展方向。图 1-12 为某工厂电阻炉微型计算机温度控制系统原理示意图。图中,电阻丝通过晶闸管主电路加热,炉温期望值用计算机键盘预先设置,炉温实际值由热电偶检测,并转换成电压,经放大、滤波后,由 A/D 变换器将模拟量变换为数字量送入计算机,在计算机中与所设置的温度期望值比较后产生偏差信号,计算机便根据预定的控制算法(即控制规律)计算出相应的控制量,再经 D/A 变换器变换成电流,通过触发器控制晶闸管导通角,从而改变电阻丝中电流大小,达到控制炉温的目的。该系统既有精确的温度控制功能,还有实时屏幕显示和打印功能,以及超温、极值和电阻丝、热电偶损坏报警等功能。

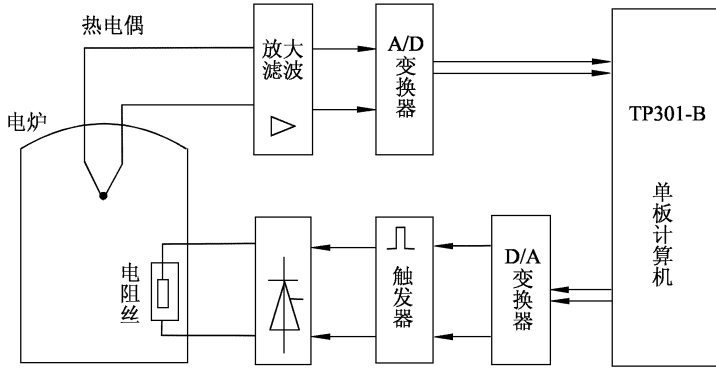


图 1-12 电阻炉温度微机控制系统

4. 锅炉液位控制系统

锅炉是电厂和化工厂里常见的生产蒸汽的设备。为了保证锅炉正常运行，需要维持锅炉液位为正常标准值。锅炉液位过低，易烧干锅而发生严重事故；锅炉液位过高，则易使蒸汽带水并有溢出危险。因此，必须通过调节器严格控制锅炉液位的高低，以保证锅炉正常安全地运行。常见的锅炉液位控制系统示意图如图 1-13 所示。

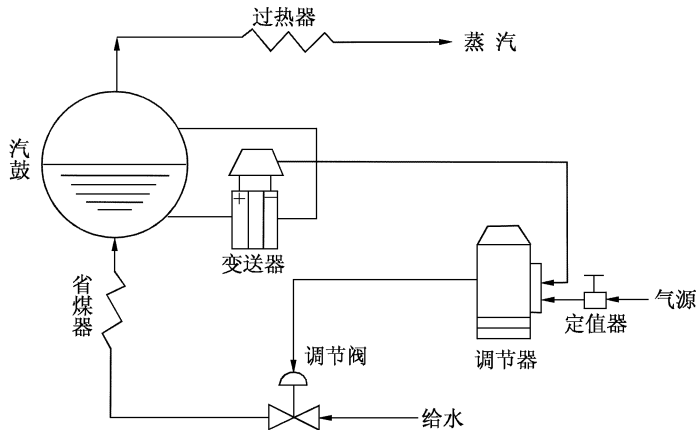


图 1-13 锅炉液位控制系统示意图

当蒸汽的耗汽量与锅炉进水量相等时，液位保持为正常标准值。当锅炉的给水量不变，而蒸汽负荷突然增加或减少时，液位就会下降或上升；或者，当蒸汽负荷不变，而给水管道的压力发生变化时，引起锅炉液位发生变化。不论出现哪种情况，只要实际液位高度与正常给定液位之间出现了偏差，调节器均应立即进行控制，去开大或关小给水阀门，使液位恢复到给定值。

图 1-14 是锅炉液位控制系统方块图。图中，锅炉为被控对象，其输出为被控参数液位，作用于锅炉上的扰动是指给水压力变化或蒸汽负荷变化等产生的内外扰动；测量变送器为差压变送器，用来测量锅炉液位，并转变为一定的信号输至调节器；调节器是锅炉液位控制系统中的控制器，有电动、气动等形式，在调节器内将测量液位与给定液位进行比较，得出偏差值，然后根据偏差情况按一定的控制律[如比例 (P)、比例-积分 (PI)、比例-积

分-微分(PID)等]发出相应的输出信号去推动调节阀动作;调节阀在控制系统中起执行元件作用,根据控制信号对锅炉的进水量进行调节,阀门的运动取决于阀门的特性,有的阀门与输入信号或成正比变化,有的阀门与输入信号呈某种曲线关系变化。大多数调节阀为气动薄膜调节阀,若采用电动调节器,则调节器与气动调节阀之间应有电-气转换器。气动调节阀的气动阀门分为气开与气关两种。气开阀指当调节器输出增加时,阀门开大;气关阀指当调节器输出增加时,阀门反而关小。为了保证安全生产,蒸汽锅炉的给水调节阀一般采用气关阀,一旦发生断气现象,阀门保持打开位置,以保证汽鼓不致烧干损坏。

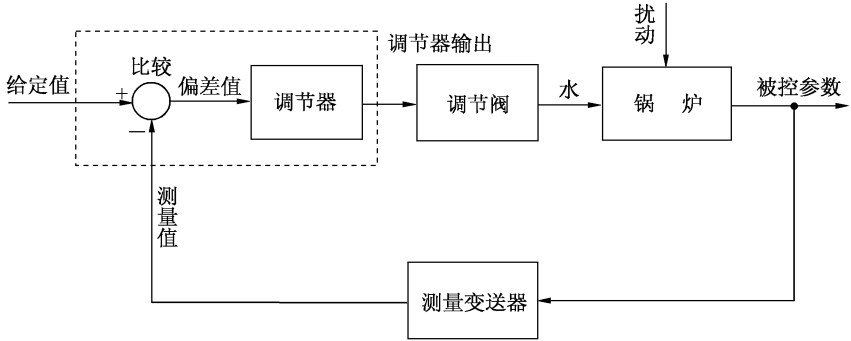


图 1-14 锅炉液位控制系统方块图

1-3 自动控制系统的分类

自动控制系统有多种分类方法。例如,按控制方式可分为开环控制、反馈控制、复合控制等;按元件类型可分为机械系统、电气系统、机电系统、液压系统、气动系统、生物系统等;按系统功用可分为温度控制系统、压力控制系统、位置控制系统等;按系统性能可分为线性系统和非线性系统、连续系统和离散系统、定常系统和时变系统、确定性系统和不确定性系统等;按参据量变化规律又可分为恒值控制系统、随动系统和程序控制系统等。一般,为了全面反映自动控制系统的优点,常常将上述各种分类方法组合应用。

1. 线性连续控制系统

这类系统可以用线性微分方程式描述,其一般形式为

$$\begin{aligned} a_0 \frac{d^n}{dt^n} c(t) + a_1 \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} c(t) + \dots + a_{n-1} \frac{d}{dt} c(t) + a_n c(t) \\ = b_0 \frac{d^m}{dt^m} r(t) + b_1 \frac{d^{m-1}}{dt^{m-1}} r(t) + \dots + b_{m-1} \frac{d}{dt} r(t) + b_m r(t) \end{aligned}$$

式中, $c(t)$ 是被控量; $r(t)$ 是系统输入量。系数 $a_0, a_1, \dots, a_n, b_0, b_1, \dots, b_m$ 是常数时,称为定常系统;系数 $a_0, a_1, \dots, a_n, b_0, b_1, \dots, b_m$ 随时间变化时,称为时变系统。线性定常连续系统按其输入量的变化规律不同又可分为恒值控制系统、随动系统和程序控制系统。

(1) 恒值控制系统

这类控制系统的参据量是一个常值,要求被控量亦等于一个常值,故又称为调节器。但由于扰动的影响,被控量会偏离参据量而出现偏差,控制系统便根据偏差产生控制作

用,以克服扰动的影响,使被控量恢复到给定的常值。因此,恒值控制系统分析、设计的重点是研究各种扰动对被控对象的影响以及抗扰动的措施。在恒值控制系统中,参据量可以随生产条件的变化而改变,但是,一经调整后,被控量就应与调整好的参据量保持一致。图1-2刨床速度控制系统就是一种恒值控制系统,其参据量 u_0 是常值。此外,还有温度控制系统、压力控制系统、液位控制系统等。在工业控制中,如果被控量是温度、流量、压力、液位等生产过程参量时,这种控制系统则称为过程控制系统,它们大多数都属于恒值控制系统。

(2) 随动系统

这类控制系统的参据量是预先未知的随时间任意变化的函数,要求被控量以尽可能小的误差跟随参据量的变化,故又称为跟踪系统。在随动系统中,扰动的影响是次要的,系统分析、设计的重点是研究被控量跟随的快速性和准确性。示例中的函数记录仪便是典型的随动系统。

在随动系统中,如果被控量是机械位置或其导数时,这类系统称之为伺服系统。

(3) 程序控制系统

这类控制系统的参据量是按预定规律随时间变化的函数,要求被控量迅速、准确地加以复现。机械加工使用的数字程序控制机床便是一例。程序控制系统和随动系统的参据量都是时间函数,不同之处在于前者是已知的时间函数,后者则是未知的任意时间函数,而恒值控制系统也可视为程序控制系统的特例。

2. 线性定常离散控制系统

离散系统是指系统的某处或多处的信号为脉冲序列或数码形式,因而信号在时间上是离散的。连续信号经过采样开关的采样就可以转换成离散信号。一般,在离散系统中既有连续的模拟信号,也有离散的数字信号,因此离散系统要用差分方程描述,线性差分方程的一般形式为

$$a_0c(k+n) + a_1c(k+n-1) + \dots + a_{n-1}c(k+1) + a_nc(k) \\ = b_r(k+m) + b_r(k+m-1) + \dots + b_{n-1}r(k+1) + b_nr(k)$$

式中, $m \leq n$, n 为差分方程的次数; $a_0, a_1, \dots, a_n, b_r, b_r, \dots, b_n$ 为常系数; $r(k), c(k)$ 分别为输入和输出采样序列。

工业计算机控制系统就是典型的离散系统,如示例中的炉温微机控制系统等。

3. 非线性控制系统

系统中只要有一个元部件的输入-输出特性是非线性的,这类系统就称为非线性控制系统,这时,要用非线性微分(或差分)方程描述其特性。非线性方程的特点是系数与变量有关,或者方程中含有变量及其导数的高次幂或乘积项,例如

$$\ddot{y}(t) + y(t)\dot{y}(t) + y^2(t) = r(t)$$

严格地说,实际物理系统中都含有程度不同的非线性元部件,例如放大器和电磁元件的饱和特性,运动部件的死区、间隙和摩擦特性等。由于非线性方程在数学处理上较困难,目前对不同类型的非线性控制系统的研究还没有统一的方法。但对于非线性程度不太严重的元部件,可采用在一定范围内线性化的方法,从而将非线性控制系统近似为线性控制

系统。

1-4 对自动控制系统的基本要求

1. 基本要求的提法

自动控制理论是研究自动控制共同规律的一门学科。尽管自动控制系统有不同的类型,对每个系统也都有不同的特殊要求,但对于各类系统来说,在已知系统的结构和参数时,我们感兴趣的都是系统在某种典型输入信号下,其被控量变化的全过程。例如,对恒值控制系统是研究扰动作用引起被控量变化的全过程;对随动系统是研究被控量如何克服扰动影响并跟随参据量的变化全过程。但是,对每一类系统被控量变化全过程提出的共同基本要求都是一样的,且可以归结为稳定性、快速性和准确性,即稳、准、快的要求。

(1) 稳定性

稳定性是保证控制系统正常工作的先决条件。一个稳定的控制系统,其被控量偏离期望值的初始偏差应随时间的增长逐渐减小并趋于零。具体来说,对于稳定的恒值控制系统,被控量因扰动而偏离期望值后,经过一个过渡过程时间,被控量应恢复到原来的期望值状态;对于稳定的随动系统,被控量应能始终跟踪参据量的变化。反之,不稳定的控制系统,其被控量偏离期望值的初始偏差将随时间的增长而发散,因此,不稳定的控制系统无法实现预定的控制任务。

线性自动控制系统的稳定性是由系统结构所决定的,与外界因素无关。这是因为控制系统中一般含有储能元件或惯性元件,如绕组的电感、电枢转动惯量、电炉热容量、物体质量等,储能元件的能量不可能突变,因此,当系统受到扰动或有输入量时,控制过程不会立即完成,而是有一定的延缓,这就使得被控量恢复期望值或跟踪参据量有一个时间过程,称为过渡过程。例如,在反馈控制系统中,由于被控对象的惯性,会使控制动作不能瞬时纠正被控量的偏差;控制装置的惯性则会使偏差信号不能及时完全转化为控制动作。这样,在控制过程中,当被控量已经回到期望值而使偏差为零时,执行机构本应立即停止工作,但由于控制装置的惯性,控制动作仍继续向原来方向进行,致使被控量超过期望值又产生符号相反的偏差,导致执行机构向相反方向动作,以减小这个新的偏差;另一方面,当控制动作已经到位时,又由于被控对象的惯性,偏差并未减小为零,因而执行机构继续向原来方向运动,使被控量又产生符号相反的偏差;如此反复进行,致使被控量在期望值附近来回摆动,过渡过程呈现振荡形式。如果这个振荡过程是逐渐减弱的,系统最后可以达到平衡状态,控制目的得以实现,我们称为稳定系统;反之,如果振荡过程逐步增强,系统被控量将失控,则称为不稳定系统。

(2) 快速性

为了很好完成控制任务,控制系统仅仅满足稳定性要求是不够的,还必须对其过渡过程的形式和快慢提出要求,一般称为动态性能。例如,对于稳定的高射炮射角随动系统,虽然炮身最终能跟踪目标,但如果目标变动迅速,而炮身跟踪目标所需过渡过程时间过长,就不可能击中目标;对用于稳定的自动驾驶仪系统,当飞机受阵风扰动而偏离预定航线时,具有自动使飞机恢复预定航线的的能力,但在恢复过程中,如果机身摇晃幅度过大,或

恢复速度过快,就会使乘员感到不适;函数记录仪记录输入电压时,如果记录笔移动很慢或摆动幅度过大,不仅使记录曲线失真,而且还会损坏记录笔,或使电器元件承受过电压。因此,对控制系统过渡过程的时间(即快速性)和最大振荡幅度(即超调量)一般都有具体要求。

(3) 准确性

理想情况下,当过渡过程结束后,被控量达到的稳态值(即平衡状态)应与期望值一致。但实际上,由于系统结构,外作用形式以及摩擦、间隙等非线性因素的影响,被控量的稳态值与期望值之间会有误差存在,称为稳态误差。稳态误差是衡量控制系统控制精度的重要标志,在技术指标中一般都有具体要求。

2. 典型外作用

在工程实践中,自动控制系统承受的外作用形式多种多样,既有确定性外作用,又有随机性外作用。对不同形式的外作用,系统被控量的变化情况(即响应)各不相同,为了便于用统一的方法研究和比较控制系统的性能,通常选用几种确定性函数作为典型外作用。可选作典型外作用的函数应具备以下条件:

- 1) 这种函数在现场或实验室中容易得到;
- 2) 控制系统在这种函数作用下的性能应代表在实际工作条件下的性能;
- 3) 这种函数的数学表达式简单,便于理论计算。

目前,在控制工程设计中常用的典型外作用函数有阶跃函数、斜坡函数、脉冲函数以及正弦函数等确定性函数,此外,还有伪随机函数。

(1) 阶跃函数

阶跃函数的数学表达式为

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ R, & t \geq 0 \end{cases} \quad (1-1)$$

式(1-1)表示一个在 $t=0$ 时出现的幅值为 R 的阶跃变化函数,如图 1-15 所示。在实际系统中,这意味着 $t=0$ 时突然加到系统上的一个幅值不变的外作用。幅值 $R=1$ 的阶跃函数,称单位阶跃函数,用 $1(t)$ 表示,幅值为 R 的阶跃函数便可表示为 $f(t) = R \cdot 1(t)$ 。在任意时刻 t_0 出现的阶跃函数可表示为 $f(t-t_0) = R \cdot 1(t-t_0)$ 。

阶跃函数是自动控制系统在实际工作条件下经常遇到的一种外作用形式。例如,电源电压突然跳动;负载突然增大或减小;飞机飞行中遇到的常值阵风扰动等,都可视为阶跃函数形式的外作用。在控制系统的分析设计工作中,一般将阶跃函数作用下系统的响应特性作为评价系统动态性能指标的依据。

(2) 斜坡函数

斜坡函数的数学表达式为

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ Rt, & t \geq 0 \end{cases} \quad (1-2)$$

式(1-2)表示在 $t=0$ 时刻开始,以恒定速率 R 随时间而变化的函数,如图 1-16 所示。在工程实践中,某些随动系统就常常工作于这种外作用下,例如雷达-高射炮防空系统,当雷达跟踪的目标以恒定速率飞行时,便可视为该系统工作于斜坡函数作用之下。

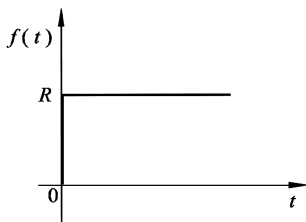


图 1-15 阶跃函数

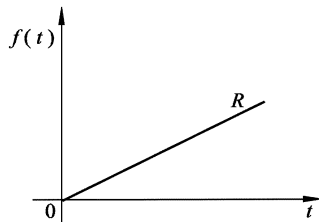


图 1-16 斜坡函数

(3) 脉冲函数

脉冲函数定义为

$$f(t) = \lim_{t_0 \rightarrow 0} \frac{A}{t_0} [1(t) - 1(t - t_0)] \quad (1-3)$$

式中, $(A/t_0) [1(t) - 1(t - t_0)]$ 是由两个阶跃函数合成的脉动函数, 其面积 $A = (A/t_0)t_0$, 如图 1-17(a) 所示。当宽度 t_0 趋于零时, 脉动函数的极限便是脉冲函数, 它是一个宽度为零、幅值为无穷大、面积为 A 的极限脉冲, 如图 1-17(b) 所示。脉冲函数的强度通常用其面积表示。面积 $A = 1$ 的脉冲函数称为单位脉冲函数或 δ 函数; 强度为 A 的脉冲函数可表示为 $f(t) = A\delta(t)$ 。在 t_0 时刻出现的单位脉冲函数则表示为 $\delta(t - t_0)$ 。

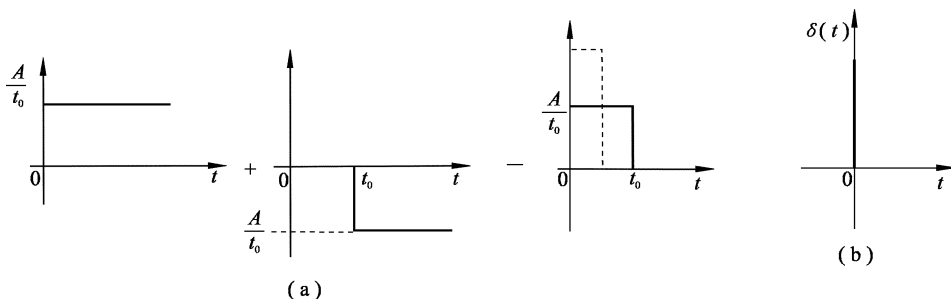


图 1-17 脉动函数和脉冲函数

必须指出, 脉冲函数在现实中是不存在的, 只有数学上的定义, 但它却是一个重要而有效的数学工具, 在自动控制理论研究中, 它也具有重要作用。例如, 一个任意形式的外作用, 可以分解成不同时刻的一系列脉冲函数之和, 这样, 通过研究控制系统在脉冲函数作用下的响应特性, 便可以了解在任意形式外作用下的响应特性。

(4) 正弦函数

正弦函数的数学表达式为

$$f(t) = A \sin(\omega t - \phi) \quad (1-4)$$

式中, A 为正弦函数的振幅; $\omega = 2\pi f$ 为正弦函数角频率; ϕ 为初始相角。

正弦函数是控制系统常用的一种典型外作用, 很多实际的随动系统就是经常在这种正弦函数外作用下工作的。例如, 舰船的消摆系统、稳定平台的随动系统等, 就是处于形如正弦函数的波浪下工作的。更为重要的是系统在正弦函数作用下的响应, 即频率响应, 是自动控制理论中研究控制系统性能的重要依据 (详见第五章)。

习 题

1-1 图 1-18 是液位自动控制系统原理示意图。在任意情况下, 希望液面高度 c 保持不变, 试说明系统工作原理并画出系统方块图。

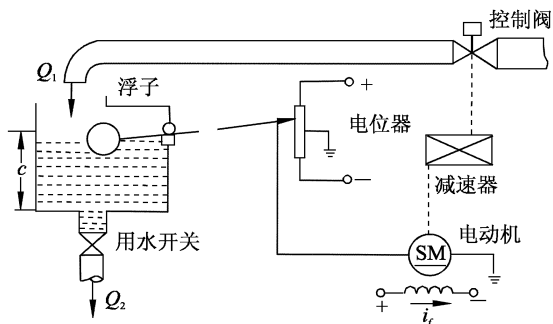


图 1-18 液位自动控制系统

1-2 图 1-19 是仓库大门自动控制系统原理示意图。试说明系统自动控制大门开闭的工作原理并画出系统方块图。

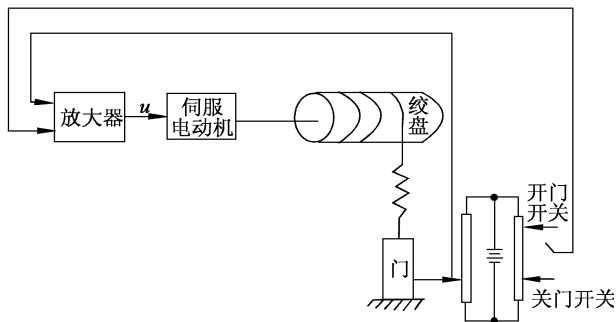


图 1-19 仓库大门自动开闭控制系统

1-3 图 1-20(a) 和 (b) 均为自动调压系统。设空载时, 图 (a) 与图 (b) 的发电机端电压均为 110V。试问带上负载后, 图 (a) 与图 (b) 中哪个系统能保持 110V 电压不变? 哪个系统的电压会稍低于 110V? 为什么?

1-4 图 1-21 为水温控制系统示意图。冷水在热交换器中由通入的蒸汽加热, 从而得到一定温度的热水。冷水流量变化用流量计测量。试绘制系统方块图, 并说明为了保持热水温度为期望值, 系统是如何工作的? 系统的被控对象和控制装置各是什么?

1-5 图 1-22 是电炉温度控制系统原理示意图。试分析系统保持电炉温度恒定的工作过程, 指出系统的被控对象、被控量以及各部件的作用, 最后画出系统方块图。

1-6 图 1-23 是自整角机随动系统原理示意图。系统的功能是使接收自整角机 TR 的转子角位移 θ 与发送自整角机 TX 的转子角位移 θ 始终保持一致。试说明系统是如何工作的, 并指出被控对象、被控量以及控制装置各部件的作用并画出系统方块图。

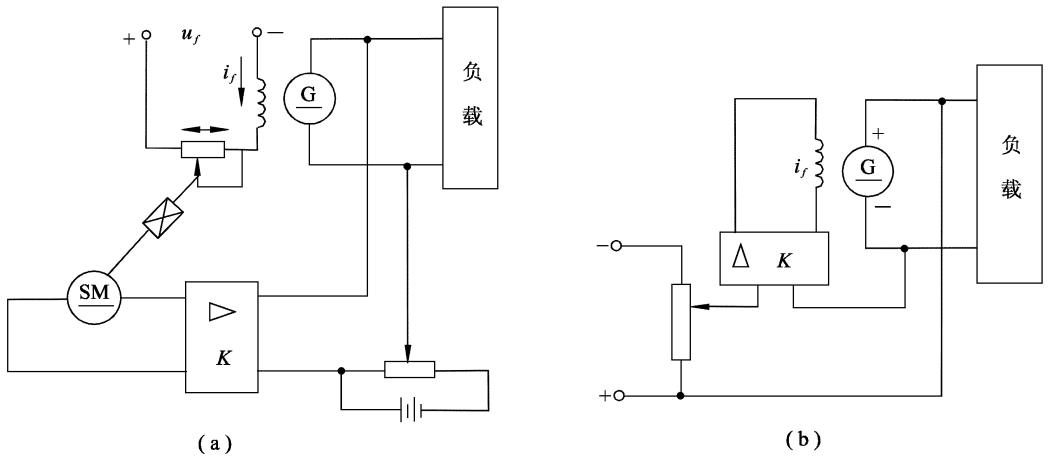


图 1-20 自动调压系统

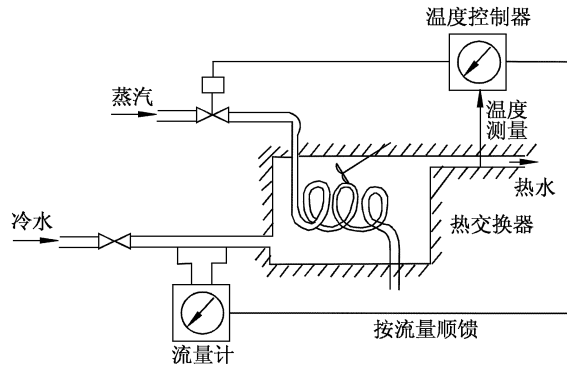


图 1-21 水温控制系统示意图

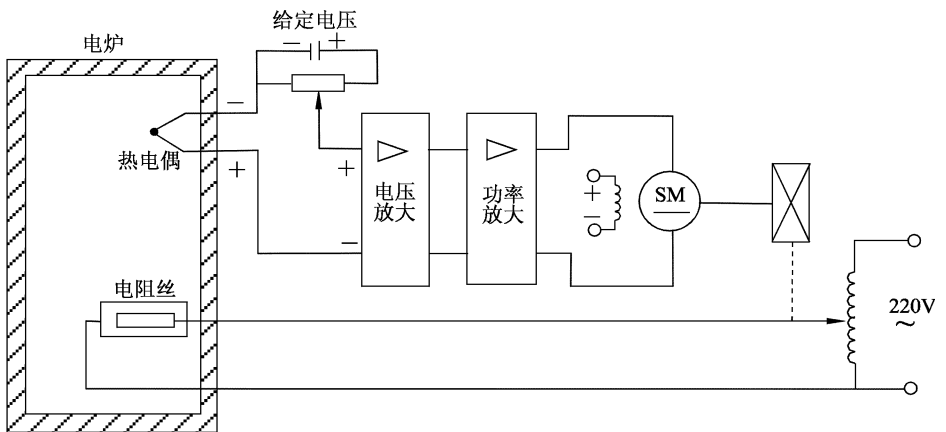


图 1-22 电炉温度控制系统原理图

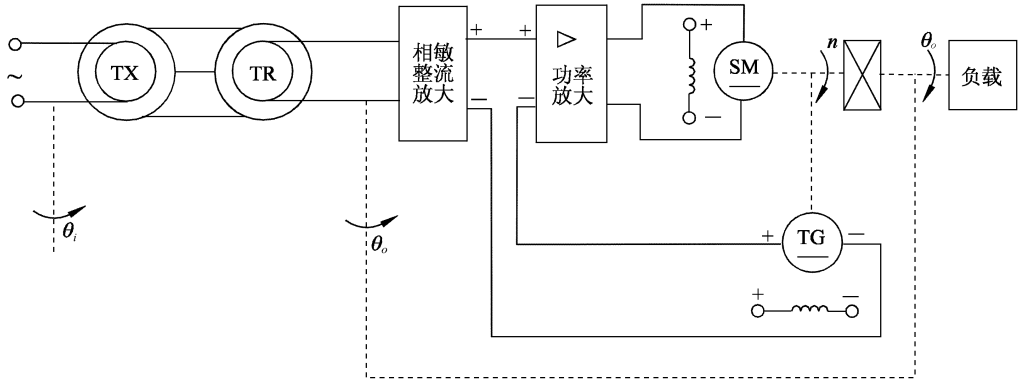


图 1-23 自整角机随动系统原理图

1-7 在按扰动控制的开环控制系统中,为什么说一种补偿装置只能补偿一种与之相应的扰动因素?对于图 1-6 按扰动控制的速度控制系统,当电动机的激磁电压变化时,转速如何变化?该补偿装置能否补偿这个转速的变化?

1-8 图 1-24 为谷物湿度控制系统示意图。在谷物磨粉的生产过程中,有一种出粉最多的湿度,因此磨粉之前要给谷物加水以得到给定的湿度。图中,谷物用传送装置按一定流量通过加水点,加水量由自动阀门控制。加水过程中,谷物流量、加水前谷物湿度以及水压都是对谷物湿度控制的扰动作用。为了提高控制精度,系统中采用了谷物湿度的顺馈控制,试画出系统方块图。

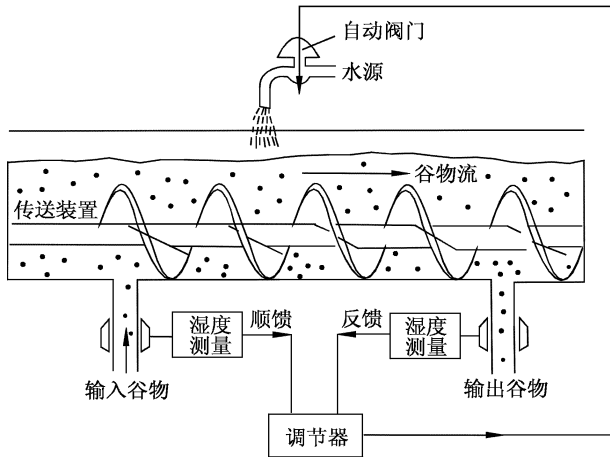


图 1-24 谷物湿度控制系统

1-9 图 1-25 为数字计算机控制的机床刀具进给系统。要求将工件的加工过程编制成程序预先存入数字计算机,加工时,步进电动机按照计算机给出的信息动作,完成加工任务。试说明该系统的工作原理。

1-10 下列各式是描述系统的微分方程,其中 $c(t)$ 为输出量, $r(t)$ 为输入量,试判断哪些是线性定常或时变系统,哪些是非线性系统?

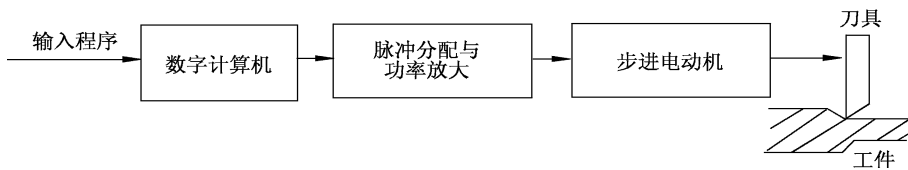


图 1-25 机床刀具进给系统

- (1) $c(t) = 5 + r^2(t) + t \frac{d^2 r(t)}{dt^2}$;
- (2) $\frac{d^3 c(t)}{dt^3} + 3 \frac{d^2 c(t)}{dt^2} + 6 \frac{dc(t)}{dt} + 8c(t) = r(t)$;
- (3) $t \frac{dc(t)}{dt} + c(t) = r(t) + 3 \frac{dr(t)}{dt}$;
- (4) $c(t) = r(t) \cos \omega t + 5$;
- (5) $c(t) = 3r(t) + 6 \frac{dr(t)}{dt} + 5 \int_{-\infty}^t r(\tau) d\tau$;
- (6) $c(t) = r^2(t)$;
- (7) $c(t) = \begin{cases} 0, & t < 6, \\ r(t), & t \geq 6. \end{cases}$

第二章 控制系统的数学模型

在控制系统的分析和设计中,首先要建立系统的数学模型。控制系统的数学模型是描述系统内部物理量(或变量)之间关系的数学表达式。在静态条件下(即变量各阶导数为零),描述变量之间关系的代数方程叫静态数学模型;而描述变量各阶导数之间关系的微分方程叫动态数学模型。如果已知输入量及变量的初始条件,对微分方程求解,就可以得到系统输出量的表达式,并由此可对系统进行性能分析。因此,建立控制系统的数学模型是分析和设计控制系统的首要工作。

建立控制系统数学模型的方法有分析法和实验法两种。分析法是对系统各部分的运动机理进行分析,根据它们所依据的物理规律或化学规律分别列写相应的运动方程。例如,电学中有基尔霍夫定律,力学中有牛顿定律,热力学中有热力学定律等。实验法是人为地给系统施加某种测试信号,记录其输出响应,并用适当的数学模型去逼近,这种方法称为系统辨识。近几年来,系统辨识已发展成一门独立的学科分支,本章重点研究用分析法建立系统数学模型的方法。

在自动控制理论中,数学模型有多种形式。时域中常用的数学模型有微分方程、差分方程和状态方程;复数域中有传递函数、结构图;频域中有频率特性等。本章只研究微分方程、传递函数和结构图等数学模型的建立和应用,其余几种数学模型将在以后各章中予以详述。

2-1 控制系统的时域数学模型

本节着重研究描述线性、定常、集总参量控制系统的微分方程的建立和求解方法。

1. 线性元件的微分方程

现举例说明控制系统中常用的电气元件、力学元件等微分方程的列写。

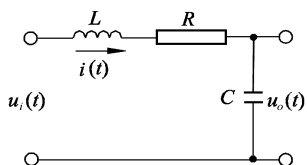


图 2-1 RLC 无源网络

例 2-1 图 2-1 是由电阻 R 、电感 L 和电容 C 组成的无源网络,试列写以 $u_i(t)$ 为输入量,以 $u_o(t)$ 为输出量的网络微分方程。

解 设回路电流为 $i(t)$,由基尔霍夫定律可写出回路方程为

$$L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt + Ri(t) = u_i(t)$$

$$u_o(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

消去中间变量 $i(t)$,便得到描述网络输入输出关系的微分方程为

$$LC \frac{d^2 u_o(t)}{dt^2} + RC \frac{du_o(t)}{dt} + u_o(t) = u_i(t) \quad (2-1)$$

显然,这是一个二阶线性微分方程,也就是图 2-1 无源网络的时域数学模型。

例 2-2 试列写图 2-2 所示电枢控制直流电动机的微分方程,要求取电枢电压 $u_a(t)$ 为输入量,电动机转速 $\omega_n(t)$ 为输出量。图中 R_a, L_a 分别是电枢电路的电阻和电感; M_c 是折合到电动机轴上的总负载转矩。激磁磁通设为常值。

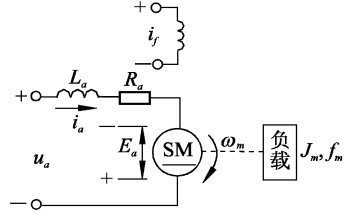


图 2-2 电枢控制直流电动机原理图

解 电枢控制直流电动机的工作实质是将输入的电能转换为机械能,也就是由输入的电枢电压 $u_a(t)$ 在电枢回路中产生电枢电流 $i_a(t)$,再由电流 $i_a(t)$ 与激磁磁通相互作用产生电磁转矩 $M_m(t)$,从而拖动负载运动。因此,直流电动机的运动方程可由以下三部分组成:

电枢回路电压平衡方程

$$u_a(t) = L_a \frac{di_a(t)}{dt} + R_a i_a(t) + E_a \quad (2-2)$$

式中 E_a 是电枢反电势,它是电枢旋转时产生的反电势,其大小与激磁磁通及转速成正比,方向与电枢电压 $u_a(t)$ 相反,即 $E_a = C_e \omega_n(t)$,是反电势系数。

电磁转矩方程

$$M_m(t) = C_m i_a(t) \quad (2-3)$$

式中, C_m 是电动机转矩系数; $M_m(t)$ 是电枢电流产生的电磁转矩。

电动机轴上的转矩平衡方程

$$J_m \frac{d\omega_n(t)}{dt} + f_m \omega_n(t) = M_m(t) - M_c(t) \quad (2-4)$$

式中, f_m 是电动机和负载折合到电动机轴上的粘性摩擦系数; J_m 是电动机和负载折合到电动机轴上的转动惯量。

由式(2-2)~式(2-4)中消去中间变量 $i_a(t)$, E_a 及 $M_m(t)$,便可得到以 $\omega_n(t)$ 为输出量, $u_a(t)$ 为输入量的直流电动机微分方程:

$$\begin{aligned} & L_a J_m \frac{d^2 \omega_n(t)}{dt^2} + (L_a f_m + R_a J_m) \frac{d\omega_n(t)}{dt} + (R_a f_m + C_m C_e) \omega_n(t) \\ & = C_m u_a(t) - L_a \frac{dM_c(t)}{dt} - R_a M_c(t) \end{aligned} \quad (2-5)$$

在工程应用中,由于电枢电路电感 L_a 较小,通常忽略不计,因而式(2-5)可简化为

$$T_m \frac{d\omega_n(t)}{dt} + \omega_n(t) = K_1 u_a(t) - K_2 M_c(t) \quad (2-6)$$

式中, $T_m = R_a J_m / (R_a f_m + C_m C_e)$ 是电动机机电时间常数; $K_1 = C_m / (R_a f_m + C_m C_e)$, $K_2 = R_a / (R_a f_m + C_m C_e)$ 是电动机传递系数。

如果电枢电阻 R_a 和电动机的转动惯量 J_m 都很小可忽略不计时,式(2-6)还可进一步简化为

$$C_e \omega_n(t) = u_a(t) \quad (2-7)$$

这时,电动机的转速 $\omega_m(t)$ 与电枢电压 $u_m(t)$ 成正比,于是,电动机可作为测速发电机使用。

例 2-3 图 2-3 是弹簧-质量-阻尼器机械位移系统。试列写质量 m 在外力 $F(t)$ 作用下,位移 $x(t)$ 的运动方程。

解 设质量 m 相对于初始状态的位移、速度、加速度分别为 $x(t)$, $dx(t)/dt$, $d^2x(t)/dt^2$ 。由牛顿运动定律有

$$m \frac{d^2x(t)}{dt^2} = F(t) - F_1(t) - F_2(t) \quad (2-8)$$

式中, $F_1(t) = f \cdot dx(t)/dt$ 是阻尼器的阻尼力,其方向与运动方向相反,大小与运动速度成比例; f 是阻尼系数; $F_2(t) = Kx(t)$ 是弹簧的弹力,其方向与运动方向相反,其大小与位移成比例, K 是弹性系数。将 $F_1(t)$ 和 $F_2(t)$ 代入式 (2-8) 中,经整理后即得该系统的微分方程为

$$m \frac{d^2x(t)}{dt^2} + f \frac{dx(t)}{dt} + Kx(t) = F(t) \quad (2-9)$$

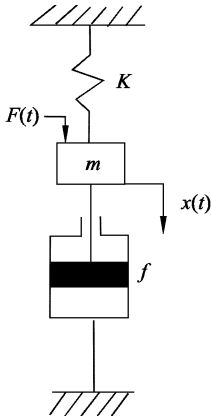


图 2-3 弹簧-质量-阻尼器机械位移系统

例 2-4 试列写图 2-4 齿轮系的运动方程。图中齿轮 1 和齿轮 2 的转速、齿数和半径分别用 ω_1, Z_1, r_1 和 ω_2, Z_2, r_2 表示;其粘性摩擦系数及转动惯量分别是 f_1, J_1 和 f_2, J_2 ; 齿轮 1 和齿轮 2 的原动转矩及负载转矩分别是 M_m, M_l 和 M_2, M_e 。

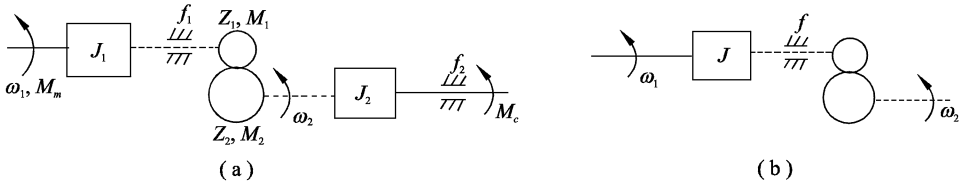


图 2-4 齿轮系

解 控制系统的执行元件与负载之间往往通过齿轮系进行运动传递,以便实现减速和增大力矩的目的。在齿轮传动中,两个啮合齿轮的线速度相同,传送的功率亦相同,因此有关系式

$$M_1 \omega_1 = M_2 \omega_2 \quad (2-10)$$

$$\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2 \quad (2-11)$$

又因为齿数与半径成正比,即

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{Z_1}{Z_2} \quad (2-12)$$

于是可推得关系式

$$\omega_2 = \frac{Z_1}{Z_2} \omega_1 \quad (2-13)$$

$$M_1 = \frac{Z_1}{Z_2} M_2 \quad (2-14)$$

根据力学中定轴转动的动静法,可分别写出齿轮 1 和齿轮 2 的运动方程为

$$J_1 \frac{d\omega_1}{dt} + f_1 \omega_1 + M_l = M_m \quad (2-15)$$

$$J_2 \frac{d\omega}{dt} + f_2 \omega + M_e = M_e \quad (2-16)$$

由上述方程中消去中间变量 ω, M_1, M_e , 可得

$$M_e = \left[J_1 + \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 J_2 \right] \frac{d\omega}{dt} + \left[f_1 + \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 f_2 \right] \omega + M_e \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right) \quad (2-17)$$

令

$$J = J_1 + \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 J_2 \quad (2-18)$$

$$f = f_1 + \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 f_2 \quad (2-19)$$

$$M_e = \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 M_e \quad (2-20)$$

则得齿轮系微分方程为

$$J \frac{d\omega}{dt} + f \omega + M_e = M_e \quad (2-21)$$

式中 J, f 及 M_e 分别是折合到齿轮 1 的等效转动惯量、等效黏性摩擦系数及等效负载转矩。显然, 折算的等效值与齿轮系的速比有关, 速比越大, 即 Z_2/Z_1 值越大, 折算的等效值越小。如果齿轮系速比足够大, 则后级齿轮及负载的影响便可以不予考虑。

综上所述, 列写元件微分方程的步骤可归纳如下:

- 1) 根据元件的工作原理及其在控制系统中的作用, 确定其输入量和输出量;
- 2) 分析元件工作中所遵循的物理规律或化学规律, 列写相应的微分方程;
- 3) 消去中间变量, 得到输出量与输入量之间关系的微分方程, 便是元件时域的数学模型。一般情况下, 应将微分方程写为标准形式, 即与输入量有关的项写在方程的右端, 与输出量有关的项写在方程的左端, 方程两端变量的导数项均按降幂排列。

2. 控制系统微分方程的建立

建立控制系统的微分方程时, 一般先由系统原理线路图画出系统方块图, 并分别列写组成系统各元件的微分方程; 然后, 消去中间变量便得到描述系统输出量与输入量之间关系的微分方程。列写系统各元件的微分方程时, 一是应注意信号传送的单向性, 即前一个元件的输出是后一个元件的输入, 一级一级地单向传送; 二是应注意前后连接的两个元件中, 后级对前级的负载效应, 例如, 无源网络输入阻抗对前级的影响, 齿轮系对电动机转动惯量的影响等。

例 2-5 试列写图 2-5 所示速度控制系统的微分方程。

解 控制系统的被控对象是电动机(带负载), 系统的输出量是转速 ω , 参据量是 u_i 。控制系统由给定电位器、运算放大器 I (含比较作用)、运算放大器 II (含 RC 校正网络)、功率放大器、测速发电机、减速器等部分组成。现分别列写各元部件的微分方程:

运算放大器 I 参据量(即给定电压) u_i 与速度反馈电压 u_f 在此合成, 产生偏差电压并经放大, 即

$$u_1 = K_1(u_i - u_f) = K_1 u_e \quad (2-22)$$

式中 $K_1 = R_2/R_1$ 是运算放大器 I 的比例系数。

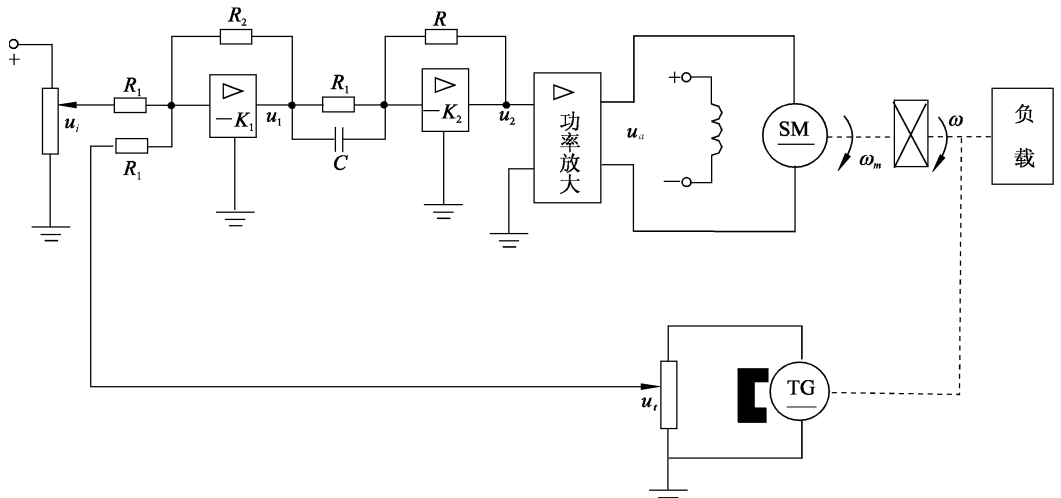


图 2-5 速度控制系统

运算放大器 II 考虑 RC 校正网络, u_2 与 u_1 之间的微分方程为

$$u_2 = K_2 \left[\tau \frac{du_1}{dt} + u_1 \right] \quad (2-23)$$

式中 $K_2 = R_2/R_1$ 是运算放大器 II 的比例系数, $\tau = RC$ 是微分时间常数。

功率放大器 本系统采用晶闸管整流装置, 它包括触发电路和晶闸管主回路。忽略晶闸管控制电路的时间滞后, 其输入输出方程为

$$u_a = K_3 u_2 \quad (2-24)$$

式中 K_3 为比例系数。

直流电动机 直接引用例 2-2 所求得的直流电动机微分方程式 (2-6) :

$$T_m \frac{d\omega_h}{dt} + \omega_h = K_m u_a - K_c M' \quad (2-25)$$

式中 T_m , K_m , K_c 及 M' 均是考虑齿轮系和负载后, 折算到电动机轴上的等效值。

齿轮系 设齿轮系的速比为 i , 则电动机转速 ω_h 经齿轮系减速后变为 ω 故有

$$\omega = \frac{1}{i} \omega_h \quad (2-26)$$

测速发电机 测速发电机的输出电压 u_t 与其转速 ω 成正比, 即有

$$u_t = K_t \omega \quad (2-27)$$

式中 K_t 是测速发电机比例系数。

从上述各方程中消去中间变量 u , u_1 , u_2 , u_a 及 ω_h , 整理后便得到控制系统的微分方程

$$T_m' \frac{d\omega}{dt} + \omega = K_g' \frac{du_i}{dt} + K_g u_i - K_c' M' \quad (2-28)$$

式中, $T_m' = (iT_m + K_1 K_2 K_3 K_m K_t \tau) / (i + K_1 K_2 K_3 K_m K_t)$; $K_g' = K_1 K_2 K_3 K_m \tau / (i + K_1 K_2 K_3 K_m K_t)$; $K_g = K_1 K_2 K_3 K_m / (i + K_1 K_2 K_3 K_m K_t)$; $K_c' = K_c / (i + K_1 K_2 K_3 K_m K_t)$ 。

式 (2-28) 可用于研究在给定电压 u 或有负载扰动转矩 M 时, 速度控制系统的动态性能。

从上述各控制系统的元件或系统的微分方程可以发现, 不同类型的元件或系统可具