当代杰出青年科学文库

迭代学习控制的理论与应用

谢胜利　田森平　谢振东 著

本书得到了如下资助:
国家杰出青年科学基金(60325310)
教育部跨世纪优秀人才基金(教技函[2002]48号)
广东省自然科学创新团队研究项目(04205783)
国家自然科学基金(60274006)

科学出版社
北　京

内 容 简 介

本书较系统地介绍了迭代学习控制的基本理论和近年来的新方法、新成果. 书中对连续系统的迭代学习控制、离散系统的迭代学习控制、分布参数系统的迭代学习控制、退化系统的迭代学习控制、滞后广义系统的迭代学习控制、具有遗忘因子的迭代学习控制、迭代学习控制的几何分析方法及非最小相位系统的最优迭代学习控制等进行了较详细的阐述. 最后介绍了迭代学习控制在各方面的应用.

本书可作为高等院校自动控制专业或数学系的大学生、研究生的参考书或教材, 也可供相关领域的科研及工程技术人员参阅.

图书在版编目(CIP)数据

迭代学习控制的理论与应用/谢胜利, 田森平, 谢振东 著.—北京: 科学出版社, 2005

(当代杰出青年科学文库)

ISBN 7-03-015472-X

Ⅰ.迭… Ⅱ.①谢… ②田… ③谢… Ⅲ.迭代法-自动控制理论 Ⅳ.TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005) 第 044586 号

责任编辑: 吕 虹 / 责任校对: 钟 洋
责任印制: 钱玉芬 / 封面设计: 王 浩

科学出版社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码: 100717
http://www.sciencep.com

中国科学院印刷厂 印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销
*
2005 年 5 月第 一 版 开本: B5(720×1000)
2005 年 5 月第一次印刷 印张: 18 1/2
印数: 1—3 000 字数: 349 000

定价: 46.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换〈新欣〉)

前　言

学习是人类的基本智能行为之一. 让控制器本身具有某种智能, 使得它在控制过程中能不断地完善自己, 以使控制效果越来越好, 这种具有学习能力的控制器一直是控制工程师们追求的目标. 自 Arimoto 在 1984 年针对机器人系统的特点, 模拟人类学习技能过程, 开创性地提出迭代学习控制的概念及其基本的研究方法以来, 迭代学习控制一直是控制的研究热点之一, 受到国内外控制界的广泛重视, 并正逐渐发展成为智能控制领域的重要分支之一.

迭代学习控制的适用对象是诸如工业机器人那样的具有重复运动性质的被控系统, 它的目标是实现有限区间上的完全跟踪任务. 迭代学习控制采用 “在重复中学习” 的学习策略, 具有记忆和修正机制. 它通过对被控系统进行控制尝试, 以输出轨迹与给定轨迹的偏差修正不理想的控制信号, 以产生新的控制信号使得系统的跟踪性能得以提高. 迭代学习控制的研究, 对具有较强的非线性耦合、较高的位置重复精度、难以建模和高精度轨迹跟踪控制要求的动力学系统有着非常重要的意义.

迭代学习控制理论与应用研究 20 年来受到了国内外控制界的普遍重视, 人们针对不同类型的对象, 提出了形式多样的迭代学习控制律, 并在一定的前提假设条件下, 利用各种数学工具, 分析得到了迭代学习控制的收敛性条件. Moore 教授于 1993 年出版了迭代学习控制方面的第一本专著之后, 又于 1998 年再次撰写论文, 详细评述和归纳了截止到 1997 年的迭代学习控制研究的进展. 目前国内外都有着多个迭代学习控制的研究小组, 近十几年来, 每届CDC(IEEE Conference on Decision and Control)、ACC(American Control Conference)和IFAC(International Federation of Automatic Control)等控制方面的大会都设有迭代学习控制的专题小组. 国际著名的控制类杂志“International Journal of Control”在 2000 年出版了迭代学习控制的专辑, 介绍了一些新的研究成果. 这些都说明了迭代学习控制研究的意义和活跃性, 同时也表明了迭代学习控制的理论还不能认为已经完善.

近年来, 对迭代学习控制的研究, 无论是方法上, 还是在所适应的系统类型

及应用场合上都又有了新的发展, 如基于向量图分析的几何方法、基于小波的逼近方法以及滞后广义系统、分布参数系统、退化系统、非最小相位系统等复杂受控对象. 目前, 国内外所出版的专著中还没能反映出与这些有关的新方法及相应的新成果, 鉴于此, 作者感到十分有必要撰写一本参考书, 向读者介绍有关的基本理论和近年来的新方法和新成果. 但是, 由于迭代学习控制理论与应用的范围很广, 作者在本书中只能以介绍自身的研究小组近年来的相关研究成果为主线, 穿插介绍国内外的发展情况, 尤其在迭代学习控制的应用上, 书中也给出了较多的介绍. 由于作者的水平和研究范围有限, 书中缺点和不足在所难免, 作者真诚地欢迎读者批评指正.

作者要特别地感谢指引我们走向迭代学习控制研究的启蒙老师——中国科学院数学与系统科学研究院的郭雷院士, 他以对迭代学习控制理论及技术的重要性的敏锐意识, 指导作者开展了有关的研究工作, 并为作者的前期研究提供了良好的学术环境. 同时也要感谢作者的导师刘永清教授, 是他一直鼓励和培养我们在这方面进行研究, 他为我们的进步和成长费尽了心血. 本书中作者的成果分别获得了国家自然科学基金(60274006)、教育部跨世纪优秀人才基金(教技函[2002]48 号)、国家杰出青年科学基金(60325310)及广东省自然科学创新团队研究项目(04205783)的资助. 这些对本书的形成奠定了坚实的基础. 作者对他们表示衷心的感谢.

作　者

2004 年 11 月于华南理工大学

作 者 简 介

谢胜利　华南理工大学电子与信息学院教授、博士生导师、国家杰出青年科学基金获得者; 现任电子与信息学院副院长、无线电与自动控制研究所副所长. 1982 年和 1992 年先后在华中师范大学获理学学士、理学硕士学位; 1997 年 3 月获华南理工大学工学博士学位, 1998 年 9 月于华南理工大学通信与电子学博士后流动站出站, 其间于 1997 年 4 月至 1997 年 11 月在中国科学院 “系统与控制开放实验室” 做高访. 1989 年 1 月破格晋升副教授、1992 年 6 月破格晋升教授、1993 年被湖北省政府授予“湖北省有突出贡献的中青年专家” 称号, 1996 年被选拔为湖北省首批 “跨世纪学科带头人”; 1998 年入选广东省“千百十人才工程” 省级学科带头人培养对象、2002 年获教育部 “跨世纪优秀人才基金”、2003 年获国家杰出青年科学基金、2004 年入选广东省 “千百十人才工程” 国家级学科带头人培养对象. 1996 年被广东团省委授于 “广东省十佳优秀博士生” 称号, 1996 年和 2003 年两度被华南理工大学授予 “优秀共产党员” 称号, 2002 年被教育部授予 “全国高校优秀骨干教师” 称号, 2002 年被教育部授予“全国高校招生工作先进个人”称号. 现为 IEEE 高级会员,《控制理论与应用》和《Journal of Control theory and Applications》编委, 广东省《电子标签》及《信息安全》专家组成员.

长期从事非线性系统的稳定性理论、控制理论及自适应信号处理的教学与研究工作. 主要研究方向是复杂系统的智能控制、智能信息处理、多媒体无线传输、自适应陷波处理器以及电子标签识读器的研制. 先后主持国家、教育部、广东省自然科学基金 12 项、广东省工业攻关 (重大专项)、广东省技术创新、广东省创新团队、广州市重点科技攻关等高水平科研项目 14 项. 其研究成果分别于 1998 年获得广东省自然科学三等奖、2001 年获得教育部自然科学二等奖、2003 年获得广州市科技进步一等奖、2004 年获得广东省自然科学一等奖. 出版专著三部 (其中一部为国家 “九五” 重点图书). 所主持的教学改革项目《研究生高素质人才培养模式探讨与实践》、《提高研究生创新能力的产学研贯通式培养模式探索与实践》分别于 2001 年和 2004 年获得广东省优秀教学成果一等奖.

目　录

第一章　绪　　论

1.1　迭代学习控制概述

从根本上看，控制系统设计中的问题可以归纳为两大类：调节问题和跟踪问题．而调节问题也可以看成是跟踪问题的特殊情况．尽管对于跟踪问题，控制理论已提供了各种设计方法，并取得了良好的效果，但绝大多数控制技术都是渐近地实现跟踪任务的．如果希望实现被控系统的输出零误差地完全跟踪期望轨迹，无疑是一个具有挑战性的控制任务．迭代学习控制技术就是针对这种控制任务提出来的，它从不同的角度构造控制律，能够克服一些传统控制方法难以逾越的困难．

研究具有学习能力的控制器一直是控制工程师们探索的问题．早在 20 世纪 60 年代，就有学者对此问题进行了研究 [1~3], 70 年代初 Fu[4,5] 总结了早期在自适应控制领域里的学习控制问题，提出了学习控制的概念，并从发展学习控制的角度首次正式提出智能控制这一新兴的学科领域，从此对学习控制的研究一直很活跃．在此后的十几年间，学习控制技术随着与其相关的学科 (如：计算机技术、人工智能及神经网络) 和它的应用领域 (如机器人等) 的发展而发展，如今，智能控制已经在控制界中占有相当重要的地位．

人们在研究高速运动的工业机械手的控制问题时，提出了这样一个思想：不断重复一个同样轨迹的控制尝试，并以此修正控制律，可能可以得到非常好的控制效果． Arimoto 等人 [6] 于 1984 年正式提出了迭代学习控制 (iterative learning control, 简称 ILC) 方法，其实迭代学习控制的概念最早 (1978 年) 由日本学者 Uchiyama[7] 在一篇有关机器人控制的论文中提出，因文章是以日文发表，当时并未引起人们的重视．直到 1984 年 Arimoto 和他的合作者们 [6,8,9] 将 Uchiyama 的初步研究思想加以完善，建立了实用的算法，从理论上证明了这种算法的可行性而成为更为正规的迭代学习控制理论，并以英文发表了他们研究成果，迭代学习控制才逐渐成为令人关注的课题．

迭代学习控制的适用于具有重复运动性质的被控系统，它的目标是实现有限区间上的完全跟踪任务．它通过对被控系统进行控制尝试，以输出信号与给定目标的偏差修正不理想的控制信号，使得系统的跟踪性能得以提高．迭代学习控制的研究对具有较强的非线性耦合、较高的位置重复精度、难以建模和高精度轨迹跟踪控制要求的动力学系统有着非常重要的意义．

迭代学习控制是智能系统中具有严格数学描述的一个分支．考虑重复运行的动力系统如下表示

$$\begin{cases} \dot{x}_k(t) = f\left(x_k(t), u_k(t), t\right), \\ y_k(t) = g\left(x_k(t), u_k(t), t\right), \end{cases} \tag{1.1.1}$$

其中 x_k, y_k 和 u_k 分别为系统的第 k 次运行的状态，输出和输入变量. 系统的期望轨迹为给定时间区间 $[0,T]$ 上的期望轨迹 $y_d(t)$. 记第 k 次运行时系统的输出误差为 $e_k(t) = y_d(t) - y_k(t)$, 则迭代学习控制的学习律一般可由递推的形式表示为

$$u_{k+1}(t) = L\left(u_k(t), e_k(t)\right). \tag{1.1.2}$$

当 k 趋于无穷时，如果 $e_k(t)$ 在 $[0,T]$ 上一致趋于零，则称上述迭代学习控制是收敛的. 收敛性问题是迭代学习控制中最重要的问题，只有迭代学习过程是收敛的，迭代学习控制才有实际应用意义.

迭代学习控制的基本原理如图 1.1.1 所示. 在实际应用中，系统下一次运行的新的控制既可以在上一次运行结束后离线计算得到，也可以在上一次运行中在线计算得到；新的控制量存入存储器，刷新旧控制量；在施加控制时，需从存储器中取出控制量. 可以看到，迭代学习控制算法可利用的信息要多于常规的反馈控制算法，它包括以前每次运行的所有时间段上的信息和当次运行的当前时刻之前时间段的信息.

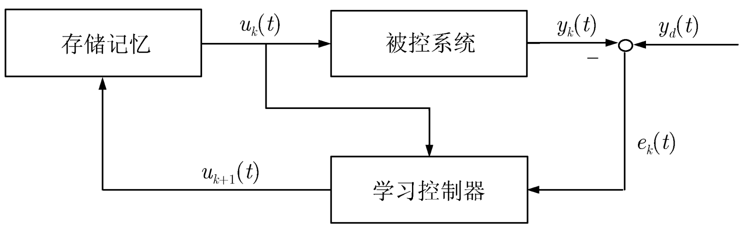

图 1.1.1　迭代学习控制基本结构

在传统的迭代学习控制研究中，一般总是假定下述假设条件满足：

• 系统每次运行时间间隔是有限的固定间隔，即 $t \in [0,T]$；

• 系统的期望轨迹总是预先给定且已知的；

• 系统的初始条件重复，即每次运行前，系统的初始状态 $x_k(0)$ 都相同；

• 系统的动态结构在每次运行中保持不变；

• 系统每次运行的输出 $y_k(t)$ 可测；

• 存在惟一的理想控制 $u_d(t)$ 使得系统的状态和输出为期望的状态 $x_d(t)$ 和输出 $y_d(t)$.

最后一个假设条件与系统的逆密切相关，它等价于要求系统可逆，这显然是一个非常强的假设条件. 不幸的是，实际上许多动态系统不满足可逆的条件，因此，

有时我们不得不降低完全精度跟踪的要求，而代之以寻求使系统输出最接近期望输出的系统输入这一合理的要求. 这等价于在某种范数意义下，迭代学习控制算法构造了一系列迭代控制序列 $\{u_k\}$, 它收敛于一个可实现的控制信号 $u_*(t)$, 且 $u_*(t)$ 是如下最优问题的解

$$\min_{u(t)} \|y_d(t) - y(t)\|, \tag{1.1.3}$$

其中 $y(t)$ 是系统的输出.

一个成功的迭代学习控制算法，不仅应该在每次控制作用于系统后，能使得系统的输出误差变小，还需要有较快的收敛速度以保证算法的实用性. 另外，迭代学习控制算法的收敛性应与具体的期望轨迹无关，如果给出一个新的期望轨迹，迭代学习律应该无需作任何改变即可适用.

自 1984 年 Arimoto 针对机器人系统的特点，模拟人类学习技能的过程，开创性地提出迭代学习控制概念以来，迭代学习控制一直是控制界的研究热点领域之一. 研究人员针对不同类型的对象 [10~14]，提出了形式多样的迭代学习控制律 [15~19]，并在一定的前提假设条件下，利用各种数学工具，分析得到了迭代学习控制的收敛性条件 [20~23]. 1992 年， Moore 对初期的迭代学习控制作了较全面的综述 [24]，1993 年，他写了迭代学习控制方面的第一本专著 [25] 之后，迭代学习控制研究又取得了大量的成果， 1998 年， Moore 再次撰写了一篇以 254 篇迭代学习控制方面的研究论文作为参考文献的总结性综述论文，详细评述和归纳了截止到 1997 年的迭代学习控制研究的进展 [26]. 迭代学习控制方面的总结性综述文章还包括文献 [27], [28] 及 [29] 等，分支专题的综述文章包括文献 [30], [31] 及 [32] 等，而专著 [33], [34], [35] 及 [36] 则更全面和详细地介绍了迭代学习控制方面的研究成果. 国内外都存在着多个迭代学习控制的研究小组，近年来，他们的努力使得新的研究成果仍然层出不穷. 近十几年来，每届 CDC 、 ACC 和 IFAC 等控制方面的大会都有迭代学习控制的分专题. 国际著名的控制类杂志之一 “ International Journal of Control ” 在 2000 年出版了一期迭代学习控制的专辑 [37]，介绍了一些新的研究成果. 这一切都说明了迭代学习控制研究的意义和活跃性，同时也表明了迭代学习控制的理论还不能认为已经完善.

1.2 迭代学习控制的研究背景

迭代学习控制的思想最初的起源是有关机器人控制的问题而提出的，后来人们发现，对具有重复运动特征的被控系统，都可以利用迭代学习控制技术改善其控制系统的动态性能，故对迭代学习控制的应用例子不断涌现，这样又导致了促使迭代学习控制的不断深入发展. 在下面我们将列举出一些应用的例子，而这些例子在本章我们不会具体的讨论如何用迭代学习控制的方法来解决它们，而只是展示迭

代学习控制的应用背景，真正的解决方法将在本书的第十章论述.

例 1.2.1　两连杆机器人运动轨迹控制 [38], 其示意图如图 1.2.1 所示，臂长为 l, 两杆质量分别为 m_1, m_2, 则其动态方程可表示为

$$U(t) = J(\theta)\ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) \tag{1.2.1}$$

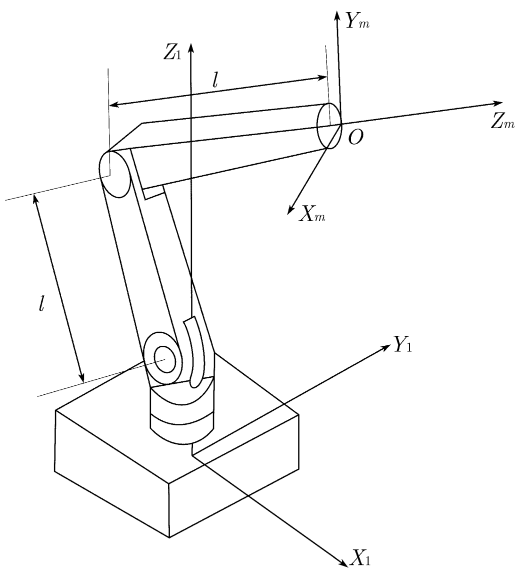

图 1.2.1　两连杆机器人示意图

对此可用指数变增益闭环 D 型学习来进行轨道跟踪控制.

例 1.2.2　倒立摆控制，其示意图如图 1.2.2.

微分方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = \dfrac{g\sin x_1 - \dfrac{m_w l}{m_w + m_p}\sin x_1 \cos\left(x_1 x_2^2\right) - \dfrac{1}{m_w + m_p} u \cos x_1}{\dfrac{3}{4}l - \dfrac{m_w l}{m_w + m_p}\cos^2 x_1}, \end{cases} \tag{1.2.2}$$

其中

$$\begin{cases} x_1 = \varphi, \\ x_2 = \dot{\varphi}. \end{cases}$$

倒立摆控制的任务是施加控制 u, 在一时间区间上倒摆杆的稳定直立，即 $\varphi = 0$, $\dot{\varphi} = 0$. 对此可用闭环 D 型学习控制来得到解决.

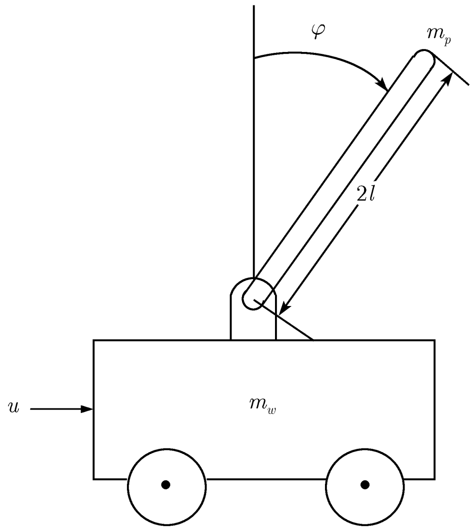

图 1.2.2　倒立摆示意图

除此以外, 迭代学习控制还在工业生产线上的机械手 [26] 、数控机床 [27] 、直线电机 [39] 、塑料挤出机 [40] 、半导体晶片生产 [41] 、过程工业中的批处理过程 [42] 、均热炉温度控制 [43] 、阀控缸电液位置伺服刀架 [44] 、无缝钢管张减过程壁厚控制 [45] 、烟叶发酵系统 [46] 、功能神经电刺激系统 [47,48] 等问题中有着很好的应用. 由于迭代学习控制的这些应用背景, 也促使人们对其完整的理论体系进行探讨.

1.3　研究现状及存在的问题

迭代学习控制理论研究的内容包括: 学习算法的稳定性和收敛性、学习律和学习系统的具体结构形式、学习速度、学习控制过程的鲁棒性、迭代学习控制的分析方法 (频域、时域、连续系统及离散系统、 2-D 分析方法) 、初始值问题及迭代学习控制的应用等等, 而且这些内容都是相互关联的. 在近十几年, 各方面的研究取得了许多重要的成果.

1.3.1　学习算法的稳定性和收敛性

学习算法的稳定性是保证迭代学习控制能够运行的基本前提, 它保证随着学习次数的增加, 控制系统不会发散. 但对于学习控制系统而言, 仅仅稳定是没有实际意义的, 只有使学习过程收敛到真值, 才能保证得到的控制为某种意义下最优的控制. 收敛是对学习控制最基本的要求, 多数学者在提出新的学习律的同时, 基于被控对象的一些假设, 给出了收敛的条件. 在收敛性证明中所使用的数学工具主要有: 微积分不等式、Lyapunov 理论、2-D 理论、算子理论等. Arimoto 在最初提出

PID 型学习控制律时，仅针对线性系统在 D 型学习律下的稳定性和收敛条件作了证明，后来的许多学者对其他系统 (非线性连续系统、离散系统、分布参数系统、广义系统以及相应的滞后系统等) 作了相应的研究，其中较早研究非线性系统的是 Hauser[49] 和曾南等 [50]. 文献 [49] 将控制系统推广到较为一般的非线性系统：

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f\left(x\left(t\right),t\right) + B\left(x\left(t\right),t\right)u(t), \\ y(t) = g\left(x\left(t\right),t\right), \end{cases} \tag{1.3.1}$$

得到了 D 型学习律收敛的充分条件. 文献 [50] 给出了一类非线性系统：

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x,t) + B(t)u(t), \\ y(t) = g(x,t) + D(t)u(t) \end{cases} \tag{1.3.2}$$

在开环和闭环 P 型学习律下稳定和收敛的条件.

随后， Padieu 等 [51] 应用 H_∞ 方法分析线性时不变系统迭代学习控制的收敛性，给出了迭代学习控制算法收敛的充分条件. Owens[52] 针对线性时不变系统分析了高增益反馈学习律的收敛性. Ishihara 等 [53] 基于系统的脉冲响应构造学习律, 证明了输出误差沿迭代轴的单调衰减性质. Park 等 [54] 提出适应学习控制, 给出了一种分析算法收敛性的方法：构造一正定函数，它与系统参量 (状态误差，控制误差等) 有关，通过证明该函数沿迭代轴的单调递减性质证明算法的收敛性. Qu 等 [55,56] 基于 Lyapunov 直接法分析了机器人迭代学习控制系统的收敛性. Arimoto 等 [57~59] 基于无源分析证明了刚性关节机器人、终端受限机器人迭代学习控制的一致有界性和收敛性. 对于 LTI 离散时间系统， Geng 等 [60] 以 2-D 系统统一描述迭代学习控制沿时间轴和沿迭代轴两个方向的运动，给出了以矩阵秩表达的收敛条件. 对于连续非线性系统，史忠科 [61] 提出了一般性的迭代学习控制方法，给出了 PID 型学习控制算法的收敛条件，该方法可以逼近任意轨线. 谢胜利等 [62] 讨论了滞后非线性离散系统的迭代学习控制问题，所给的迭代学习控制算法不仅收敛，而且还保证了对期望目标在通常意义下的轨道跟踪.

皮道映等 [63~65] 讨论了连续非线性系统和离散非线性系统开闭环 P 型和 PI 型迭代学习控制问题的收敛条件，他们给出的条件既可判断开环 P 型和 PI 型迭代学习控制问题的收敛性，也可用来判断闭环 P 型和 PI 型迭代学习控制问题的收敛性. 理论研究和仿真结果均表明：开闭环 P 型和 PI 型迭代学习控制学习律的收敛条件与所描述的状态方程的具体形式无关. 谢振东等 [66,67] 讨论了一类线性离散系统和非线性离散系统的状态跟踪控制问题，通过将所考虑的学习控制问题转化为一个下三角动力系统的平凡解全局稳定性问题，获得了对系统理想状态跟踪的结果. Wang[68] 和谢胜利等 [69] 也讨论了离散非线性系统的收敛性问题.

谢胜利等 [70] 首次将迭代学习控制方法应用于滞后广义系统的状态跟踪控制上，给出了跟踪控制的学习算法，并对算法的收敛性及状态跟踪的可能性进行了讨论.

1.3.2 初始值问题

运用迭代学习控制技术设计控制器时，只需要通过重复操作获得的受控对象的误差或误差导数信号．在这种控制技术中，迭代学习总要从某初始点开始，初始点指初始状态或初始输出．几乎所有的收敛性证明都要求初始条件是相同的，解决迭代学习控制理论中的初始条件问题一直是人们追求的目标之一．目前已提出的迭代学习控制算法大多数要求被控系统每次运行时的初始状态在期望轨迹对应的初始状态上，即满足初始条件：

$$x_k(0) = x_d(0), \qquad k = 0, 1, 2, \cdots \tag{1.3.3}$$

当系统的初始状态不在期望轨迹上，而在期望轨迹的某一很小邻域内时，通常把这类问题归结为学习控制的鲁棒性问题研究． Heinzinger 等 [71] 曾专门对初值偏差问题与学习的稳定性作了研究，并给出了迭代学习控制算法稳定性的结论，但不能保证收敛． Arimoto[72] 进一步给出了当初始状态偏差不大时，学习控制收敛于期望轨迹某一邻域，但也不能保证收敛到真值，且当初始状态的偏差较大时，学习过程也会有较大的误差，因而使控制不能跟踪期望轨迹． Lee 等 [73] 针对连续线性系统，分两种情况讨论了具有非零初始偏差的 D 型和 PD 型迭代学习控制问题：每次迭代的初始状态与期望轨迹对应的初始状态不同，但初始误差保持不变，即 $x_k(0) - x_d(0) = x_0$; 每次迭代的初始误差是变化的．结果表明，具有不变初始误差的迭代学习控制系统的性质优于具有变化初始误差的迭代学习控制系统．孙明轩等 [74] 讨论了具有初始偏差的非线性系统的 PD 型迭代学习控制时指出，在 D 型学习律作用下，非线性系统的迭代输出会收敛于一极限轨迹，它与期望输出轨迹存在一恒定偏差，而在 PD 型学习律作用下的极限轨迹表明，通过在学习律中增加了 P 型项，可有效地减少这种偏差．进一步地，初始输出满足渐近严格重复时，可保证系统迭代输出误差的一致收敛性．它放宽了现有文献中对每一次迭代所要求的一致性初始条件．因此，采用这种学习律可有效地抑制初始偏差的影响． Park 等 [75] 讨论了线性系统和一类非线性系统具有初始状态误差的迭代学习控制问题，结果表明，初始状态误差的影响可通过学习增益的选取来控制．谢胜利等 [76] 讨论了由 n 个传动器所驱动的 n 个关节机器人系统的跟踪控制问题，通过变换将相应系统转化为低阶系统，然后针对低阶系统进行设计．该文的方法消除了 Kawamara 等 [77] 在学习过程中要求每次学习都经过相同的初始值的限制，从而克服了 Kawamara 方法难以应用到 “学习过程中存在初态误差” 的困难．任雪梅等 [78] 给出了任意初始状态下的迭代学习控制，通过对系统的控制输入和初始状态同时学习：

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + L\dot{e}_k(t), \quad k = 0, 1, 2, \cdots, \tag{1.3.4}$$

$$x_{k+1}(0) = x_k(0) + BLe_k(0), \quad k = 0, 1, 2, \cdots \tag{1.3.5}$$

来实现系统的完全跟踪. 该方法在学习开始时对初始状态无要求, 即不需要假设在每次循环过程中系统的初始状态和期望跟踪轨迹的初始状态都相等, 在一定程度上可以解决任意初始状态下学习控制系统的跟踪问题. Chen 等 [79] 针对线性系统和非线性系统, 利用文献 [78] 中相同的控制策略, 讨论了迭代学习控制问题, 得到了跟踪误差的一致有界性, 且跟踪误差的界只与系统的不确定项和扰动项有关, 而与初始误差无关.

1.3.3　鲁棒性问题

由于迭代学习控制理论的提出有着浓厚的工程背景, 因此人们注意到仅仅在无干扰条件下讨论收敛性问题是不够的, 还应讨论存在各种干扰的情形下系统的跟踪性能. 一个实际运行的迭代学习控制系统除了存在初始偏移外, 还或多或少存在状态扰动、测量噪声、输入扰动等各种干扰. 鲁棒性问题讨论存在各种干扰时迭代学习控制系统的跟踪性能. 具体地说, 一个迭代学习控制系统是鲁棒的, 是指系统在各种有界干扰的影响下, 其迭代轨迹能收敛到期望轨迹的邻域内; 而当这些干扰消除时, 迭代轨迹会收敛到期望轨迹. 由此看来迭代学习控制系统的鲁棒性问题是比稳定性问题更广泛一些的问题. 从目前已获得的鲁棒性结果来看, 有些学习律作用下的系统是鲁棒的, 但也确实存在一些学习律, 在干扰的影响下, 系统的迭代轨迹与期望轨迹的偏差不是有界的. 例如, Heinzinger[80] 给出了由初始偏差造成系统迭代发散的例子.

迭代学习控制鲁棒性问题最早由 Arimoto 等 [81] 提出, 且在后来的文章中作了深入的讨论, 这些讨论基本上以线性化为前提. Heinzinger [80] 未采用线性化手段, 首先深入地针对带遗忘因子的 D 型学习律分析了非线性系统 $\{f(x), B(x), g(x)\}$ 的鲁棒性, 文中只讨论了两种干扰: 初态偏移和状态扰动. 其结果指出: 当初态偏移和状态扰动有界时, 控制误差 $u_d - u_k$, 状态误差 $x_d - x_k$ 以及输出误差 e_k 渐近有界, 即由算法给出的跟踪轨迹会收敛到期望轨迹的某个邻域内, 并且该邻域的大小是关于两种干扰上界的连续函数; 当干扰不存在或被清除时, 该邻域宽度为零 (即算法收敛). Saab 等 [82] 仍然讨论这种带遗忘因子的 D 型学习律, 得到了同样的结果; 其干扰包括: 初态偏移、状态扰动、测量噪声以及期望轨迹变动. 谢胜利等 [83] 将迭代学习控制方法用于一类非线性分布参数系统的跟踪控制上, 分别获得了系统轨线于 $L_2(\Omega)$ 空间和 $W_{1,2}(\Omega)$ 空间中跟踪期望目标的结果. 所给的迭代学习算法避免了其收敛性要依赖于理想输入 $u_d(x,t)$ 这一不确定的条件, 且对系统的非线性要求只是定性的而不是定量的, 从而使得控制具有很强的鲁棒性能.

Arimoto 等 [57,58] 讨论 n 关节机器人的动力学特征, 在对动态方程增加一些约束条件的基础上, 通过在 P 型学习律中引进遗忘因子, 证明了带遗忘因子的 P 型学习律的鲁棒性. 其中讨论了三种干扰: 初态偏移、状态扰动和测量噪声. 谢胜利等 [76,84] 和 Wang[85,86] 进一步将迭代学习控制用于提高终端受限机器人、弹性

关节机器人的跟踪性能.

Saab[87] 将文献 [57] 的鲁棒性结果推广到非线性系统 $\{f(x), B(x), C\}$. 其结果指出：当初态偏移、状态扰动和测量噪声有界时，带遗忘因子的 P 型迭代学习控制使得控制误差 $u_d - u_k$ 、状态误差 $x_d - x_k$ 以及输出误差 e_k 一致有界，当各种干扰消除时，系统输出一致收敛于期望轨迹. 林辉等 [88] 和 Chien[89] 等将鲁棒性问题的讨论推广到一般非线性系统 $\{f(x,t), B(x,t), g(x,t)\}$, 以 P 型学习律为例，给出了鲁棒性分析的理论结果，表明迭代学习控制具有很好的鲁棒性.

Xu 等 [90,91] 和 Doh 等 [92] 也在他们相应的工作中讨论了迭代学习控制的鲁棒性.

1.3.4 快速收敛问题

对于迭代学习控制一个重要的研究问题就是如何使学习控制过程更快地收敛于期望值, 对此不少学者作了多方努力，Gu[93] 提出一种多步误差组合的学习律, 仿真结果说明收敛过程加速了, 但没有学习律增益的选择方法, 仅仅只是一种经验的方法，因此不能适用于一般的被控对象． Togai[94] 给出了学习优化方法，如梯度法、牛顿 - 拉夫逊法和高斯法，但这需要在已知动态过程精确的结构和参数时才有最优可言，这就失去了用迭代学习控制的意义了．更多的学者是在学习律上研究，以期得到最快的学习收敛速度. 人们通过精心选择学习增益且从理论上也保证满足收敛性条件, 但实际仿真中却看到发散的倾向, 以至使人怀疑迭代学习控制的可行性 [95]. 林辉等 [96] 从理论上分析了影响迭代学习控制学习速度的各种因素, 并以开环 P 型学习律为例作了详细的推导，给出了理论结果. 从目前已发表的文献看，研究迭代学习控制算法的快速收敛问题一般有以下几种方法：

一、优化学习算法

对于线性时不变离散系统， Togai[97] 提出学习律

$$u_{i+1}(k) = u_i(k) + Ge_i(k+1), \tag{1.3.6}$$

式中 G 通过下述最小化指标函数确定

$$J = \frac{1}{2} e_i^T(k+1) e_i(k+1). \tag{1.3.7}$$

应用 Newton-Raphson 法，则

$$G = -\frac{\|e_i(k+1)\|^2}{\|B^T e_i(k+1)\|^2} B^T, \tag{1.3.8}$$

式中 B 为状态方程中控制项的系数矩阵，这时 G 为时变的.

应用 Gauss-Newton 法可得

$$G = -\left(B^T B\right)^{-1} B^T. \tag{1.3.9}$$

应用最速下降法可得

$$G = -KB^T. \tag{1.3.10}$$

Amann[98] 讨论的指标函数是

$$J_{k+1} = \sum_{t=1}^{N} e_{k+1}^T(t)Q(t)e_{k+1}(t) + \sum_{t=1}^{N-1} \left[u_{k+1}(t) - u_k(t)\right]^T R(t) \left[u_{k+1}(t) - u_k(t)\right], \tag{1.3.11}$$

式中加权矩阵 $Q(t)$ 和 $R(t)$ 是对称正定的， $e_k(t) = r(t) - y_k(t), y_k(t) = y_0 + Gu_k(t), G$ 是 Toeplitz 矩阵

$$G = \begin{bmatrix} CB & 0 & \cdots & 0 \\ CAB & CB & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{N-1}B & CA^{N-2}B & \cdots & CB \end{bmatrix} \tag{1.3.12}$$

第 k+1 次迭代时的最优控制，可求解下述方程：

$$\frac{1}{2}\frac{\partial J_{k+1}}{\partial u_{k+1}} = -G^T Q e_{k+1} + R\left(u_{k+1} - u_k\right) = 0 \tag{1.3.13}$$

得到．因此，第 k+1 次迭代时的最优控制为

$$u_{k+1} = u_k + R^{-1}G^T Q e_{k+1},\ k = 0, 1, 2, \cdots \tag{1.3.14}$$

Pandit 等 [99] 将迭代学习控制方法应用于挤出机，理论分析和实验研究都表明，应用优化迭代学习控制方法，可以提高挤出产品的产量和质量.

Phan 等 [100] 也讨论了基于二次指标的最优学习律：

二、高阶学习算法

通常的开环 PID 学习控制，在第 k+1 次迭代 t 时刻产生 $u_{k+1}(t)$ 时，都只利用了误差和控制量的一次信息，这些学习律一般可表示为

$$u_{k+1} = h\left(u_k(t), e_k(t), t\right), \tag{1.3.15}$$

称其为一阶学习律.

为了提高学习律的收敛速度，一些学者采用迭代历史数据构造高阶学习律，

$$u_{k+1} = h\left(u_k(t), u_{k-1}(t), \cdots, u_{k-N+1}(t), e_k(t), e_{k-1}(t), \cdots e_{k-N+1}(t), t\right), \tag{1.3.16}$$

称其为 N 阶学习律．在具体构造时一般取 2~3 阶较为适宜，阶数太高计算量和存储量也会急剧增加.

吴东南等 [101] 提出高阶学习律：

$$u_k = \sum_{i=1}^{p} (\alpha_i u_{k-i} + h_i * e_{k-i}) \tag{1.3.17}$$

式中 α_i 为常数，满足 $\sum\limits_{i=1}^{p} \alpha_i = 1, h_i * e_{k-i}$ 为卷积.

Bien 等 [102] 构造了高阶学习律：

$$u_{k+1}(t) = P_1 u_k(t) + \cdots + P_N u_{k-N+1}(t) + Q_1 e_k(t) + \cdots + Q_N e_{k-N+1}(t), \tag{1.3.18}$$

式中 P_i,Q_i,$i = 1, 2, \cdots, N$ 为增益矩阵，且 $\sum\limits_{i=1}^{N} p_i = I$.

谢胜利 [103] 构造了高阶学习律：

$$u_{k+1}(t) = u_{ka}(t) + u_{kb}(t), \tag{1.3.19}$$

其中

$$u_{ka}(t) = \Gamma(t) u_k(t) + D(t) e_k(t), \qquad k = 1,\ 2,\ \cdots, \tag{1.3.20}$$

$$u_{kb}(t) = \begin{cases} 0, & k = 1, 2, \cdots, N, \\ \sum\limits_{i=1}^{N} \Gamma_i(t) u_{k-i}(t), & k = N+1, N+2, \cdots, \end{cases} \tag{1.3.21}$$

式中 $\Gamma(t)$,$\Gamma_i(t)$,$D(t)$ 为学习矩阵，且 $\sum\limits_{i=1}^{N} \Gamma_i(t) = I - \Gamma(t)$.

三、带遗忘因子的学习算法

为了加速学习算法的收敛速度, Heinzinger[71],Wang[86],Chien[89] 在他们相应的工作中，对学习算法引进了遗忘因子.

Heinzinger[71] 在相应的讨论中，提出了带遗忘因子的 D 型学习律：

$$u_{i+1}(t) = (1-r) u_i(t) + r u_0(t) + L(y_i(t), t) [\dot{y}_d(t) - \dot{y}_i(t)], \tag{1.3.22}$$

其中 $0 \leqslant r < 1$ 是遗忘因子， $u_0(t)$ 是学习控制的初始输入.

当学习律中的 $u_0(t)$ 适当选取时，初始修正项 $r u_0(t)$ 可以避免迭代轨迹的大幅度摆动，从而可以加快迭代速度.

Wang[86] 在讨论机器人系统的学习控制时，给出了如下算法：

$$\begin{cases} m_{k+1}(t) = (1-\beta) m_k(t) + \beta m_0(t) + \hat{L}_2(z_k(t)) (\dot{z}_d(t) - \dot{z}_k(t)), \\ f_{k+1}(t) = (1-\beta) f_k(t) + \beta f_0(t) + \hat{L}_1(z_k(t)) (\lambda_d(t) - \lambda_k(t)), \end{cases} \tag{1.3.23}$$

其中 $0 \leqslant \beta < 1$ 是遗忘因子， $m_0(t)$ 是初始运动控制，而 $f_0(t)$ 是初始力控制.

Chien[89] 在讨论非线性系统的鲁棒输出跟踪问题时，提出了如下算法：

$$u_i(t) = (1-\beta)u_{i-1}(t) + K\left(y_d(t) - y_i(t)\right), \tag{1.3.24}$$

其中 $0 < \beta < 1, K$ 是一个不受任何约束的正定矩阵.

Arimoto 等 [57,58] 提出了带遗忘因子的 P 型学习律：

$$u_{k+1}(t) = (1-\alpha)u_k(t) + \alpha u_0(t) + \Phi\left[y_d(t) - y_k(t)\right], \tag{1.3.25}$$

其中 $\alpha > 0$ 为遗忘因子.

谢胜利等 [104] 指出，以上几类带遗忘因子的迭代学习算法都存在不足之处，并给出了一些相应的改进算法.

四、基于几何分析的快速算法

谢胜利等 [105~107] 利用数学上的几何分析方法，针对一般非线性系统得到了几类与目前算法完全不同的迭代学习控制快速算法

$$u_{k+1} = u_k + L\left(e_k - \alpha\left(1 - \exp\left(-\beta\left\|e_k\right\|\right)\right)\frac{\left(Le_{k-1}\right)^T Le_k}{\left\|Le_{k-1}\right\|^2}e_{k-1}\right), t \in [0,T], \tag{1.3.26}$$

其中 $(\alpha, \beta) \in (0,1) \times [0, +\infty)$ 为可调节常数.

$$u_{k+1} = u_k + h\left(a - \exp\left(-b\left\|e_k\right\|\right)\right)\left(u_k - u_{k-1}\right) + Le_k,\ t \in [0,T], \tag{1.3.27}$$

其中 $a \in (0,1), h \in (0,1), b > 0$ 为可调节常数.

$$u_{k+1} = u_k + Le_k - \alpha\left(1 - e^{-\beta\|e_k\|}\right)\frac{u_k^T Le_k}{u_k^T u_k}u_k, t \in [0,T], \tag{1.3.28}$$

其中 $(\alpha, \beta) \in (0,1) \times [0, +\infty)$ 为可调节常数.

而且对以上算法都进行了严格的收敛性分析，仿真结果证实了这些算法的有效性和优越性. 这种基于几何分析的新方法为迭代学习控制的进一步发展开辟了一条新的研究途径，提供了新的研究思路.

此外，有研究表明 [108,109]，在某些情况下闭环学习具有比开环学习快得多的学习速度，闭环算法不仅可以克服扰动，还允许初始值在小范围波动.

1.4　本书的主要内容安排

第一章介绍了迭代学习控制问题的研究背景、研究现状以及存在的问题. 简单介绍了本书各章的主要内容.

第二章对连续系统 (线性的, 非线性的) 的迭代学习控制进行了较深入和全面的讨论, 针对不同的迭代学习控制算法 (如： PID 型迭代学习控制算法, 具有全局收敛的迭代学习算法，基于小波逼近的迭代学习控制，具有初始误差的迭代学习算法, 时滞非线性系统的采样迭代学习控制), 给出并严格证明了迭代学习控制收敛的条件.

第三章对离散系统 (线性的，非线性的) 的迭代学习控制进行了讨论，针对迭代学习控制的学习速度问题，重点介绍了高阶迭代学习控制算法，以 P 型开环学习律为例深入地分析了影响学习速度的因素，探讨了提高迭代学习控制收敛速度的途径. 此外, 讨论了基于 2-D 系统理论的学习算法, 基于下三角矩阵理论的学习算法，基于多次误差的学习算法，基于算子谱理论的学习算法.

第四章对分布参数系统的迭代学习控制问题进行了讨论，以 P 型开环学习律为例介绍了目标跟踪的二阶学习算法, 给出了收敛条件, 严格证明了所给算法的收敛性. 讨论了不确定系统的迭代学习控制和非线性系统跟踪控制的迭代学习控制算法.

第五章针对一类退化系统目标跟踪的学习控制问题进行了探讨，这类系统不满足目前对迭代学习控制所要求的一般性收敛条件. 在这种情况之下, 通常的学习控制方法遇到困难，对此提出了一种新的设计方法 —— 吸引流形方法. 通过构造一个相应于所给系统稳定而吸引的流形 $\boldsymbol{S}$, 且在构造的过程中同时设计出学习控制函数序列 $\{u_k(t)\}$, 以便完成对所给期望目标的跟踪，还讨论了这种方法的可实现问题. 本章虽然是针对线性系统讨论的, 但其设计方法可无本质困难地应用到相应的非线性系统上.

第六章讨论了滞后广义系统的迭代学习控制问题, 对给定的滞后广义系统，介绍了迭代学习控制算法的设计方法, 并对算法进行了严格的收敛性分析. 至目前为止, 关于滞后广义系统的迭代学习控制问题的结果较少, 本章的内容全部为作者的结果.

第七章介绍了带遗忘因子的迭代学习控制算法，首先讨论了在这种学习算法作用下几类系统的鲁棒性. 此外，针对目前已有的有关带遗忘因子的迭代学习控制算法研究进行分析，介绍了一种新的带有遗忘因子的迭代学习控制算法. 通过引进新的范数以及新的分析方法，将 $u_k(t)$ 和 $y_k(t)$ 作为一个整体 $(u_k(t), y_k(t))$ 来考虑，从而可将一个迭代学习控制问题转化为一个带有参数的离散系统的稳定性分析问题，新的分析方法有利于控制系统整体信息的综合.

第八章介绍了迭代学习控制的几何理论框架，在这个几何框架下，通过对 Arimoto 提出的算法中的右端各项进行改造，得到了几类新的与目前算法完全不同的迭代学习控制快速算法. 这种基于数学上几何分析的方法可以明确地指引人们去设计更有效的学习算法使其快速地收敛，而不是像目前的大多数研究结果那样，总是囿于 Arimoto(1984) 所提出的最基本的算法形式中. 新的几何理论框架为迭代学

习控制的进一步发展开辟了一条新的研究途径，提供了新的研究思路.

第九章针对迭代学习控制在非最小相位系统上应用效果不佳的特点 (迭代学习控制律要么很缓慢地收敛，要么收敛于很大的输出误差，要么发散), 根据最优化性能指标和非因果的稳定逆理论，介绍了基于稳定逆的最优开闭环综合迭代学习控制算法，分析了此种学习算法的收敛性，给出了此种非因果的学习算法在实际应用中的运用方式.

第十章介绍了迭代学习控制在各领域的应用，包括：在倒立摆控制上的应用，在机器人系统上的应用，在均热炉温度控制上的应用，在高速热处理系统中晶片温度控制上的应用，在无缝钢管张减过程壁厚控制上的应用，在工业过程控制中的应用，在功能神经电刺激系统上的应用，在注塑机控制中的应用，在烟叶发酵系统中的应用等.

本书以介绍我们自己在这方面的研究成果为主线，并力求将迭代学习控制方面国内外的相应研究成果尽可能的介绍给读者.

参 考 文 献

1 Sklansky J. Learning systems for automatic control. IEEE Transactions on Automatic Control, 1966, 11(1): 6～19

2 Kahne SJ, Fu KS. Learning system heuristics. IEEE Transactions on Automatic Control, 1966, 11(7): 611～612

3 Lambert JD and Levine MD. Learning control heuristics. IEEE Transactions on Automatic Control, 1968, 13(12): 741～742

4 Fu KS. Learning control systems — review and outlook. IEEE Transactions on Automatic Control, 1970, 15(2): 210～221

5 Fu KS. Learning control systems and intelligent control systems: An intersection of artificial intelligence and automatic control. IEEE Transactions on Automatic Control, 1971, 16(1):70～72

6 Arimoto S, Kawamura S and Miyazaki F. Bettering operation of robots by learning. Journal of Robotic Systems, 1984, 1(2): 123～140

7 Uchiyama M. Formulation of high-speed motion pattern of a mechanical arm by trial. Transactions of the Society of Instrumentation and Control Engineers, 1978, 14(6): 706～712

8 Arimoto S, Kawamura S, Miyazaki F and Tamaki S. Learning control theory for dynamical systems. In: Proceedings of the 24th IEEE Conference on Decision and Control, Ft. Lauderdale, FL, 1985, 3: 1375～1380

9 Arimoto S, Kawamura S and Miyazaki F. Bettering operation of dynamic system by learning: A new control theory for servomechanism and mechatronics system. In: Proceedings of the 23rd IEEE Conference on Decision and Control, Las Vegas, 1984, NV, 1064～1069

10 谢振东，刘永清. 分布参数系统目标跟踪的二阶 P- 型学习算法. 暨南大学学报， 1998, 19(1): 60～64

11 田森平, 谢胜利, 傅予力. 连续非线性系统的迭代学习控制算法. 中山大学学报，2000, 39(6): 313～317

12 谢胜利，谢振东，田森平. 非线性系统的迭代学习控制及其算法实现. 控制理论与应用， 2002, 19(2): 167～173

13 Tayebi A, and Zaremba MB. Iterative learning control for non-linear systems described by a blended multiple model representation. International Journal of Control, 2002, 75(16): 1376～

1384
14 谢振东，谢胜利，韦岗．非线性学习控制理论及其在机器人系统上的应用．中国控制会议文集，北京：国防大学出版社， 1998, 957～961
15 Tian Senping, Xie Shengli. A Nonlinear Algorithm of Iterative Learning Control Based on Vector Plots Analysis. Proceedings of the Second International Symposium on Intelligent and Complex Systems, Wuhan, China, October 2001: 17～20
16 田森平，谢胜利，傅予力．一种新的迭代学习控制快速算法．华南理工大学学报， 2002, 30(5): 37～40
17 Qu Z. An iterative learning algorithm for boundary control of a stretched moving string. Automatica, 2002, 38(5): 821～827
18 Xie Shengli and Tian Senping. A Fast Algorithm of Iterative Learning Control Based on the Geometric Analysis. Proceedings of the 2002 International Conference on Control and Automation, Xiamen, China, Jun. 2002: 472～476
19 谢胜利, 田森平, 谢振东. 基于几何分析的迭代学习控制快速算法. 控制理论与应用 2003, 20(3): 419～422
20 Xu JX, Tan Y. Robust optimal design and convergence properties analysis of iterative learning control approaches. Automatica, 2002, 38(11): 1867～1880
21 谢振东．非线性迭代学习控制理论及其在机器人控制上的应用．华南理工大学博士学位论文， 2000
22 孙志毅，丁伟东，吴聚华． D 型闭环迭代学习控制的 2-D 模型及收敛性分析．太原重型机械学院学报， 2002, 23(3): 191～194
23 田森平．迭代学习控制快速算法及计算机仿真．华南理工大学博士后研究工作报告， 2001
24 Moore KL, Dahleh M and Bhattacharyya SP. Iterative learning control: a survey and new results. Journal of Robotic Systems, 1992, 9(5): 563～594
25 Moore KL. Iterative learning control for deterministic systems. London: Springer, 1993
26 Moore KL. Iterative learning control—an expository overview. Applied and Computational Controls, Signal Processing and Circuits, 1998, 1: 151～214
27 李新忠，简林柯，何钺．迭代学习控制的研究及应用．机床与液压， 1997, 6: 3～5
28 刘慧，许晓鸣，张仲俊．迭代学习控制的回顾与展望．机器人， 1996, 18(6): 374～379
29 谢振东, 谢胜利, 刘永清. 非线性系统学习控制理论的发展与展望. 控制理论与应用， 2000, 17(1): 4～8
30 French M, Munde G, Rogers E and Owens, DH. Recent developments in adaptive iterative learning control. Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control, Phoenix, 1999, 264～269
31 Owens, DH and Rogers E. Iterative learning control—recent progress and open research problems. IEE Seminar Learning Systems for Control, 2000, 7/1～7/3
32 皮道映，孙优贤．开闭环迭代学习控制的研究进展与方向．机电工程， 1999, 5: 165～166
33 Bien Z and Xu JX. Iterative learning control—Analysis, Design, Integration and Applications. Kluwer Academic Publishers, 1998
34 Chen Y and Wen C. Iterative learning control—Convergence, robustness and applications. London: Springer, 1999
35 林辉，王林．迭代学习控制理论．西安：西北工业大学出版社， 1998
36 孙明轩，黄宝健．迭代学习控制．北京：国防工业出版社， 1999
37 Moore KL and Xu JX. Editorial: Special issue on iterative learning control. International Journal of Control, 73(10): 819～823
38 Oh SR, Bien Z, and Suh I. An iterative learning control method with application for the robot manipulator. IEEE Journal of Robot and Automation, 1988, 4(5): 508～514
39 Lee KS, Tan KK, Lim SY and Dou HF. Iterative learning control of permanent magnet linear motor with relay automatic tuning. Mechatronics, 2000, 10: 169～190

40 Pandit M and Buchheit KH. Optimizing iterative learning control of cyclic production processes with application to extruders. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 1999, 7(3): 382～390
41 Choi JY and Do HM. A learning approach of wafer temperature control in a rapid thermal processing system. IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing, 2001, 14(1): 1～10
42 Lee KS, Chen IS and Lee HJ. Model predictive control technique combined with iterative learning for batch processes. AIChE Journal, 1999, 45(10): 2175～2187
43 沈清波，陈义俊．基于模糊推理的均热炉温度迭代学习控制研究．自动化与仪表， 1998, 13(6): 35～38
44 张乐．提高 CNC 活塞加工精度的研究．西安交通大学硕士论文， 1994, 5
45 刘山，吴铁军，刘玉文，王治国．无缝钢管张减过程平均壁厚控制迭代自学习方法．钢铁， 2002, 37(4): 28～34
46 姚仲舒，杨成梧．迭代学习控制在烟叶发酵系统中的应用．自动化仪表， 2002, 23(12): 41～43
47 吴怀宇，周兆英，熊沈蜀，鄢达来，章刚华．迭代学习控制在功能神经电刺激系统中的应用．测控技术， 2000, 19(7): 53～55
48 吴怀宇，周兆英，熊沈蜀．D 型迭代学习控制及其在 F N S 肢体运动控制系统中的应用．控制理论与应用， 2001, 18(3): 409～413
49 Hauser J. Learning control for a class of nonlinear systems. In: Proceedings of the 26$^{\text{th}}$ IEEE Conference on Decision and Control, Los Angeles, CA, FL, 1987, 12: 859～860
50 曾南，应行仁．非线性系统迭代学习算法．自动化学报， 1992, 18(2): 168～176
51 Padieu F and Su R. An H_∞ approach to learning control. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 1990, 4: 465～474
52 Owens DH. Universal iterative learning control using adaptive high-gain feedback. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 1993, 7: 383～388
53 Ishihara T, Abe K and Takeda H. A discrete-time design of robust iterative learning controllers. IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics, 1992, 22(1): 74～84
54 Park B, Kuc TY and Lee JS. Adaptive learning control of uncertain robotic systems. International Journal of Control, 1996, 65(5): 725～744
55 Qu Z, Dorsey J, Darren DM and Johnson RW. Linear learning control of robot motion. Journal of Robotic Systems, 1993, 10(1): 123～140
56 Qu Z and Zhuang H. Non-linear learning control of robot manipulators without requiring acceleration measurement. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 1993, 7: 77～90
57 Arimoto S, Naniwa T and Suzuki H. Robustness of P-type learning control with a forgetting factor for robotic motions. In: Proceedings of the 29$^{\text{th}}$ IEEE Conference on Decision and Control, Honoluu Hawaii, 1990, 2640～2645
58 Arimoto S, Naniwa T and Suzuki H. Selective learning with a forgetting factor for robotic motion control. In: Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, Sacrmento, CA, 1991, 728～733
59 Arimoto S and Naniwa T. Learning control for robot motion under geometric end-point constraint. Robotica, 1994, 12: 101～108
60 Geng Z, Carroll R and Xie J. Two-dimensional model and algorithm analysis for a class of iterative learning control systems. International Journal of Control, 1990, 52(4): 833～862
61 史忠科．连续非线性系统的迭代学习控制方法．控制理论与应用， 1997, 14(2): 878～882
62 谢胜利，谢振东，田森平．非线性滞后离散系统的学习控制算法．自动化学报， 2001, 27(1): 18～23

63 皮道映，孙优贤．离散非线性时变系统开闭环 PI 型迭代学习控制律及其收敛性．自动化学报， 1998, 24(5): 636～639
64 皮道映，孙优贤．非线性系统开闭环 PI 型迭代学习控制律及其收敛性．控制理论与应用， 1998, 15(3): 400～403
65 皮道映，孙优贤．一类离散非线性系统开闭环 P 型迭代学习控制收敛的充要条件．浙江大学学报 (自然科学版) , 1999, 33(2): 152～156
66 谢振东，谢胜利，刘永清．离散系统跟踪控制的学习算法及其收敛性．系统工程与电子技术， 1998, 20(10): 45～48
67 谢振东，刘永清，谢胜利．非线性离散系统状态跟踪的学习控制方法．华南理工大学学报， 1999, 27(8): 50～53
68 Wang D. Convergence and robustness of discrete time nonlinear systems with iterative learning control. Automatica, 1998, 34(11): 1445～1448
69 谢胜利，谢振东，韦岗．非线性离散系统的学习控制方法．华南理工大学学报， 1998, 26(12): 7～13
70 谢胜利，谢振东，刘永清．滞后广义系统状态跟踪的学习控制算法．系统工程与电子技术， 1999, 21(5): 10～16
71 Heinzinger G, Fenwick D, Paden B and Miyazaki F. Stability of learning control with disturbances and uncertain Initial conditions. IEEE Transactions on Automatic Control, 1992, 37(1): 110～114
72 Arimoto S. Robustness of learning control for robot manipulations. In: Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, Cincinnati, Ohio, USA, 1990, 5: 1528～1533
73 Lee HS and Bien Z. Study on robustness of iterative learning control with non-zero initial error. International Journal of Control, 1996, 64(3): 345～359
74 孙明轩，黄宝健，张学智．非线性系统的 PD 型迭代学习控制．自动化学报， 1998, 24(5): 711～714
75 Park KH, Bien Z and Hwang DH. A study on the robustness of a PID-type iterative learning controller against initial state error. International Journal of Systems Science, 1999, 30(1): 49～59
76 谢胜利，田森平，谢振东．具有 n 个传动器的 n 个关节机器人系统的学习控制方法．自动化学报， 2002, 28(2): 176～182
77 Kawamura S, Miyazaki F and Arimoto S. Realization of robot motion based on a learning method. IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics, 1988, 18(1): 126～134
78 任雪梅，高为炳．任意初始状态下的迭代学习控制．自动化学报， 1994, 20(1):74～79
79 Chen Y, Wen C, Gong Z and Sun M. An iterative learning controller with initial state learning. IEEE Transactions on Automatic Control, 1999, 44(2): 371～376
80 Heinzinger G, Fenwick D, Paden B and Miyazaki F. Robust learning control. In: Proceedings of the 28th IEEE Conference on Decision and Control, Tampa, Florida, 1989, 436～440
81 Arimoto S and Miyazaki F. Stability and robustness of PID feedback control for robot manipulators of sensory capability. Robotics Research, The First Int. Symp. 1984, 783～799
82 Saab SS, Vogt WG and Mickle MH. Iterative learning control algorithms for tracking “slowly” varying trajectories. IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics, 1997, 27(4): 657～669
83 谢胜利，谢振东，韦岗．非线性分布参数系统跟踪控制的学习算法．自动化学报， 1999, 25(5): 627～632
84 谢胜利，谢振东．终端受限机器人系统轨道跟踪的新控制算法．自动化学报， 2001, 27(2): 152～157
85 Wang D. A simple iterative learning controller for manipulators with flexible joints. Automatica, 1995, 31(9): 1341～1344
86 Wang D, Soh YC and Cheah CC. Robust motion and force control of constrained manipulators by learning. Automatica, 1995, 31(2): 257～262

87 Saab SS. On P-type learning control. IEEE Transactions on Automatic control, 1994, 39(11): 2298～2302
88 林辉，齐蓉．迭代学习控制中的鲁棒性问题．中国航空学会第五届飞行控制及操纵学术研讨会， 1993, 435～440
89 Chien CJ and Liu JS. A P-type iterative learning controller for robust output tracking of nonlinear time-varying systems. International Journal of Control, 1996, 64(2): 319～334
90 Xu JX and Qu Z. Robust iterative learning control for a class of nonlinear systems. Automatica, 1998, 34(8): 983～988
91 Xu JX and Viswanathan B. Adaptive robust iterative learning control with dead zone scheme. Automatica, 2000, 36(1): 91～99
92 Doh TY, Moon JH, Jin KB and Chung MJ. Robust iterative learning control with current feedback for uncertain linear systems. International Journal of Systems Science, 1999, 30(1): 39～47
93 Gu YL and Loh NK. Learning control in robotic systems. Proc. IEEE Int. Symp. Intelligent Contr., 1987, 360～364
94 Togai M and Yamano O. Learning control and its optimality: Analysis and its application to controlling industrial robots. In: Proceedings of the 24^{th} IEEE Conference on Decision and Control, Ft. Lauderdale, FL, 1985, 248～253
95 林辉，戴冠中．迭代学习控制理论进展与挑战．控制理论与应用， 1994, 11(2): 250～255
96 王林，林辉，戴冠中．迭代学习控制的学习速度分析．第一届全球华人智能控制与智能自动化大会，北京， 1993
97 Togai M and Yamano O. Analysis and design of an optimal learning control scheme for industrial robots: A discrete system approach. In: Proceedings of the 24^{th} IEEE Conference on Decision and control, Ft. Lauderdale, FL, 1985, 1399～1404
98 Amann N, Owens DH and Rogers E, Iterative learning control for discrete-time systems with exponential rate of convergence. IEE Proc.-Control Theory Appl., 1996, 143(2): 217～224
99 Pandit M and Buchheit KH. Optimizing iterative learning control of cyclic production processes with application to extruders. IEEE Transactions on Control Systems Technology 1999, 7(3): 382～390
100 Phan MQ and Juang JN. Design and learning controller based on autoregressive representation of a linear system. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1996, 19(2): 355～362
101 吴东南，程勉，高为炳．多步控制修正下的学习控制．自动化学报， 1989, 15(5): 445～449
102 Bien Z and Huh KM. Higher-order iterative learning control algorithm. IEE Proc.-Control Theory Appl., 1989, 136(3): 105～112
103 谢胜利．非线性系统学习控制理论及在机器人上的应用．华南理工大学博士后研究工作报告， 1998
104 谢胜利，田森平．一种新的带有遗忘因子的迭代学习控制算法．第 22 届中国控制会议议文集，武汉工业大学出版社， 2003
105 谢胜利，田森平，谢振东．基于向量图分析的迭代学习控制新算法．自动化学报，2004, 30(2): 161～168
106 田森平，谢胜利，谢振东．一类基于几何分析的迭代学习控制新算法．控制与决策， 2004, 19(9): 1038～1041
107 谢胜利，田森平，谢振东．基于向量图分析的迭代学习控制非线性算法．控制理论与应用，2004, 21(6): 951～955
108 林辉，戴冠中．一类非线性系统学习控制算法．西北工业大学学报， 1993, 11(4): 397～402
109 皮道映，孙优贤．离散非线性系统开闭环 P 型迭代学习控制律及其收敛性．控制理论与应用， 1997, 14(2): 157～161

第二章　连续系统的迭代学习控制

2.1　引　　言

本章对连续系统 (包括线性和非线性的) 的迭代学习控制进行了较深入和全面的讨论, 针对不同的迭代学习控制算法 (如：PID 型迭代学习控制算法, 具有全局收敛的迭代学习算法,基于小波逼近的迭代学习控制,具有初始误差的迭代学习算法, 时滞非线性系统的采样迭代学习控制), 介绍迭代学习控制收敛的条件及严格的理论证明.

2.2　PID 型迭代学习控制算法

Arimoto 等 [1] 首先给出了线性时变连续系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(t)\,x(t) + B(t)\,u(t), \\ y(t) = C(t)\,x(t) \end{cases} \tag{2.2.1}$$

的 D 型学习律：

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \Gamma \dot{e}_k(t),$$

其中 Γ 为常数增益矩阵， $e_k(t) = y_d(t) - y_k(t)$ 为系统第 k 次学习的误差， $y_d(t)$ 为目标输出. 算法的收敛条件为 $\|I - C(t)\,B(t)\,\Gamma\| < 1$. 当 Γ 确定后，学习系统的跟踪性能和收敛速度也基本上随之确定. 为了提高收敛速度，改善跟踪性能，需要在学习律中增添可调整的参数项. 因此，在 D 型迭代学习算法的基础上，相继出现了 P 型 [2~12] 、 PI 型 [13~15] 、 PD 型 [16~18] 迭代学习算法以及各类算法的应用 [19~25]. 从一般意义来看它们都是 PID 型迭代学习算法的特殊形式， PID 学习律为

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \left(\Gamma \frac{d}{dt} + L + \Psi \int dt\right) e_k(t), \tag{2.2.2}$$

式中 Γ, L, Ψ 为学习增益矩阵，其收敛条件为 $\|I - C(t)\,B(t)\,\Gamma(t)\| \leqslant \bar{\rho} < 1$. 算法中的误差信息使用 $e_k(t)$ 称为开环迭代学习控制，如果使用 $e_{k+1}(t)$ 则称为闭环迭代学习控制.

为了讨论算法迭代学习算法的收敛性，先给出如下相关的范数定义.

对于 n 维向量 $W=(w_1,w_2,\cdots,w_n)^T$, 其范数定义为

$$\|W\|=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}w_i^2}, \tag{2.2.3}$$

而相对应的 $n\times n$ 矩阵 A 的范数为

$$\|A\|=\sqrt{\lambda_{\max}(A^TA)}, \tag{2.2.4}$$

其中 $\lambda_{\max}(\cdot)$ 表示最大特征值.

函数 f： $[0,T]\to R^n$ 的 λ 范数为

$$\|f\|_\lambda=\sup_{0\leqslant t\leqslant T}\left\{\|f(t)\|\,e^{-\lambda t}\right\}. \tag{2.2.5}$$

定理 2.2.1　若由式 (2.2.1) 和式 (2.2.2) 描述的系统满足如下条件:

1) $\|I-C(t)B(t)\Gamma(t)\|\leqslant\bar{\rho}<1$；

2) $x_k(0)=x_0(k=1,2,3,\cdots)$, $y_0(0)=y_d(0)$, 则当 $k\to\infty$ 时，有 $y_k(t)\to y_d(t)$,$\forall t\in[0,T]$.

证明　由式 (2.2.1) 及条件 2) 可知

$$y_{k+1}(0)=Cx_{k+1}(0)=Cx_k(0)=y_k(0).$$

因此， $e_k(0)=0\,(k=0,1,2,\cdots)$. 于是第 $k+1$ 次的输出误差为

$$\begin{aligned}e_{k+1}(t)&=e_k(t)-\int_0^t C(t)\Phi(t,\tau)B(\tau)\left(u_{k+1}(\tau)-u_k(\tau)\right)d\tau\\&=e_k(t)-\int_0^t C(t)\Phi(t,\tau)B(\tau)\left[\Gamma(\tau)+L(\tau)e_k(\tau)+\Psi(\tau)\int_0^\tau e_k(\delta)\,d\delta\right]d\tau.\end{aligned} \tag{2.2.6}$$

利用分部积分公式

$$\begin{aligned}\int_0^t G(t,\tau)\dot{e}_k(\tau)\,d\tau&=G(t,\tau)e_k(\tau)\big|_0^t-\int_0^t\frac{\partial}{\partial\tau}G(t,\tau)e_k(\tau)\,d\tau\\&=C(t)B(t)\Gamma(t)e_k(t)-\int_0^t\frac{\partial}{\partial\tau}G(t,\tau)e_k(\tau)\,d\tau.\end{aligned} \tag{2.2.7}$$

将式 (2.2.7) 代入式 (2.2.6), 则有

$$\begin{aligned}e_{k+1}(t)=&\left[I-C(t)B(t)\Gamma(t)\right]e_k(t)+\int_0^t\frac{\partial}{\partial\tau}G(t,\tau)e_k(\tau)\,d\tau\\&-\int_0^t C(t)\Phi(t,\tau)B(\tau)L(\tau)e_k(\tau)\,d\tau\\&-\int_0^t\int_0^\tau C(t)\Phi(t,\tau)B(\tau)\Psi(\tau)e_k(\sigma)\,d\sigma d\tau.\end{aligned} \tag{2.2.8}$$

将式 (2.2.8) 两端取范数

$$\begin{aligned}\|e_{k+1}(t)\| \leqslant\; & \|I - C(t)B(t)\Gamma(t)\|\,\|e_k(t)\| + \int_0^t \left\|\frac{\partial}{\partial\tau}G(t,\tau)\right\| \|e_k(\tau)\|\,d\tau \\ & + \int_0^t \|C(t)\Phi(t,\tau)B(\tau)L(\tau)\|\,\|e_k(\tau)\|\,d\tau \\ & + \int_0^t\int_0^\tau C(t)\,\|\Phi(t,\tau)B(\tau)\Psi(\tau)\|\,\|e_k(\sigma)\|\,d\sigma d\tau \\ \leqslant\; & \|I - C(t)B(t)\Gamma(t)\|\,\|e_k(t)\| \\ & + \int_0^t b_1\|e_k(\tau)\|\,d\tau + \int_0^t\int_0^\tau b_2\|e_k(\sigma)\|\,d\sigma d\tau,\end{aligned} \tag{2.2.9}$$

式中

$$b_1 = \max\left\{\sup_{t,\tau\in[0,T]}\left\|\tfrac{\partial}{\partial\tau}G(t,\tau)\right\|,\ \sup_{t,\tau\in[0,T]}\|C(t)\Phi(t,\tau)B(\tau)L(\tau)\|\right\},$$

$$b_2 = \sup_{t,\tau\in[0,T]}\|C(t)\Phi(t,\tau)B(\tau)\Psi(\tau)\|.$$

将式 (2.2.9) 两端同乘 $e^{-\lambda t}$,$\lambda > 0$, 可得

$$\|e_{k+1}\|_\lambda \leqslant \tilde{\rho}\,\|e_k.\|_\lambda. \tag{2.2.10}$$

式中 $\tilde{\rho} = \bar{\rho} + b_1\dfrac{1-e^{-\lambda T}}{\lambda} + b_2\left(\dfrac{1-e^{-\lambda T}}{\lambda}\right)^2$. 由条件 1) 知，对足够大的 λ 可使得 $\tilde{\rho} < 1$. 因此 $\lim\limits_{k\to\infty}\|e_k\|_\lambda = 0$. 则该定理得证.

2.3 具有全局收敛的迭代学习算法

虽然迭代学习控制理论和方法有了较大发展，但目前的研究还存在着这样或那样的缺陷或不足，主要表现在以下几个方面，其一：学习控制不收敛，而导致目标跟踪精度太差 [26~28]；其二：学习控制过程不是全局而只是局部收敛 [28~31]；其三：学习控制过程依赖于看起来似乎已知，但实际上是未知的 $u_d(t)$ 的一些信息 [28,30,32~35]；其四：学习控制过程的收敛性依赖于非线性函数的 Lipschitz 常数，而该常数一般来说只是定性条件，而不是定量条件 [36~38]；其五：如何充分利用控制系统先前控制经验的所有信息，以及这些信息利用与学习控制过程收敛的关系.

从上述可知，对迭代学习控制理论的深入研究是摆在人们面前而有价值的课题，它有助于控制理论中这一新方向的发展和其相应基本理论的丰富和完善. 本节便是针对这一问题介绍了我们在这方面进行的探索性的工作 [22,24].

在这一节，我们主要针对以上的不足进行了研究，通过引进新的 $\lambda(\xi)$ 范数，将控制输入 $u_k(t)$ 和系统输出 $y_k(t)$ 作为一个整体 $(u_k(t), y_k(t))$ 来研究，充分利用了系统以前控制经验的信息. 从而获得了迭代学习控制算法的全局收敛性及理想的目标跟踪效果，而且也对收敛条件的可实现性进行了分析，给出了具体的设计步骤.

2.3.1　问题与引理

考虑如下形式的非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x, u, t), \\ y(t) = C(x, t) + B(t)u(t) \end{cases} \tag{2.3.1}$$

及初始条件

$$x(0) = x_0, \tag{2.3.2}$$

其中 $x \in R^n, u \in R^m, y \in R^l, B \in R^{m \times l}$. f 与 C 是相应维数的向量函数，且都是 Lipschiz 连续的，即

$$\|f(x_1, u_1, t) - f(x_2, u_2, t)\| \leqslant L_f \left(\|x_1 - x_2\| + \|u_1 - u_2\|\right), \tag{2.3.3}$$

$$\|C(x_1, t) - C(x_2, t)\| \leqslant L_C \|x_1 - x_2\|, \tag{2.3.4}$$

其中 L_f, L_C 不是具体知道的.

其问题为：对给定的目标输出 $y_d(t)$, 要寻找输入控制 $u_k(t)$, 使得它所对应的系统输出 $y_k(t)$ 在 $t \in [0, T]$ 上满足

$$e_k(t) = y_k(t) - y_d(t) \to 0, \quad k \to \infty \tag{2.3.5}$$

且输入控制 $u_k(t)$ 可根据学习确定.

在后面的讨论中，我们将用到如下范数与引理：

函数 g_k： $[0, T] \to R^n$ 的 (λ, ξ) 范数为

$$\|g_k\|_{\lambda(\xi)} = \sup_{0 \leqslant t \leqslant T} \left\{ \left(\|g_k(t)\| e^{-\lambda t} \right) \xi^k \right\}.$$

引理 2.3.1　设 $(v, \rho) \in (0,1)^2$, 且 $\frac{a\rho^N}{1-\rho} \in (0,1)$, 则对任意的正常数 b, c, 存在 $(\xi, \eta) \in \Omega$ 使得 $(v\xi, f(\xi, \eta)) \in (0,1)^2$, 其中 $\Omega = \{(x, y) \,|x > 1, y > 0\}$,

$$f(x, y) = \frac{(\rho x)^N}{1 - \rho x} \left[x^{N+1} (a + cy) + bxy \right],$$

证明　因为 $\nu \in (0,1)$, 则存在 $\xi_1 > 1$, 使得对 $\xi \in (1, \xi_1)$, 有 $\nu\xi \in (0,1)$. 再注意

$$f(1, 0) = \frac{a\rho^N}{1 - \rho} \in (0, 1) \tag{2.3.6}$$