

“信号与系统”解题指南

胡光锐 徐昌庆 编著
谭政华 宫新保

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书是高等学校通信、电子信息等专业课程配套的习题教材。全书共分十章，第一章至第六章讨论连续信号与系统，第七章至第九章讨论离散信号与系统，第十章讨论状态方程与状态变量分析法。本书收录了相关内容的重要公式与解题要点，精选了 113 个例题和 249 个习题。例题有详尽的解法，习题附有答案。

本书可供高等学校有关专业的教师与学生使用，也可作为广大的自学者和科技工作者的辅助教材。

图书在版编目 (CIP) 数据

信号与系统——解题指南/胡光锐等编著. -北京: 科学出版社, 1999

ISBN 7-03-007401-7

I. 信… II. 胡… III. 信号系统-高等学校-解题 IV. TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (1999) 第 13239 号

责任编辑: 林 鹏 刘嘉善 段博原/责任校对: 陈玉凤
责任印刷: 钱玉芬/封面设计: 刘 军

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

http: //www. sciencep. com

印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

1999 年 8 月第 一 版 开本: 850×1168 1/32
2005 年 1 月第七次印刷 印张: 12 7/8
印数: 22 001—27 000 字数: 339 000

定价: 18.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换〈路通〉)

前 言

“信号与系统”是通信与电子信息类专业的一门重要的专业基础课，也是国内各院校相应专业的主干课程。它主要讨论确定信号的特性，研究线性非时变系统的基本理论和线性系统的基本分析方法，包括连续时间信号与系统和离散时间信号与系统的时域分析与变换域分析，以及状态变量分析法。

要学好本课程，必须加强习题训练，通过各种典型例题使初学者更好地消化本课程的基本理论，而求解一定数量典型而深入的习题，则是学好信号与系统不可缺少的有力手段，对于深入理解信号与系统理论，以及解决实际问题有很大帮助。

在长期教学实践的基础上，我们编写了这本习题教材，作为“信号与系统”主教材的补充，供教师与学生参考，也可供广大自学者与科技人员作为辅助教材。我们希望读者在做习题时自己独立求解，在做题过程中得到磨炼和提高，总之要独立思考。

本书共分十章。第一章至第六章讨论连续信号与系统，第七章至第九章讨论离散信号与系统，第十章讨论状态变量分析法，全书体系与主教材一致。本书共选入例题 113 题，习题 249 题。每章中都列出了重要公式，各章重点。对典型例题均有详细的多种解答，并对解题思路进行分析，澄清错误概念，引入正确解题轨道。有的题目，我们从不同的角度提供了两种或两种以上的解法，也许读者还有更好的方法，希望提出来互相交流。

本书第一、二、十章由胡光锐编写，第三、四章由宫新保编写，第五、六章由谭政华编写，第七、八、九章由徐昌庆编写，在写作过程中，参阅了国内外作者有关著作，特别是本书参考文献中列出的著作，在此一并向有关作者深表谢意。

由于作者水平所限，编写时间仓促，对书中的错误和不足之处，欢迎读者批评指正。

作者

1999年1月

目 录

第一章 信号的函数表示与系统分析方法	(1)
1.1 重要公式	(1)
1.2 本章重点	(3)
•信号的函数表示与图形表示	(3)
•单位冲激信号与冲激偶信号	(3)
•信号基本运算与信号分解	(3)
•系统的性质	(4)
•线性系统的方框图表示	(4)
1.3 例题	(4)
1.4 习题	(22)
第二章 连续时间系统的时域分析	(29)
2.1 重要公式	(29)
2.2 本章重点	(30)
•微分方程的建立与求解	(30)
•初始条件的确定	(30)
•零输入响应与零状态响应	(30)
•冲激响应与阶跃响应	(30)
•卷积积分及其性质	(31)
•利用卷积积分求系统的零状态响应	(31)
2.3 例题	(31)
2.4 习题	(58)
第三章 连续信号的傅里叶分析	(66)
3.1 重要公式	(66)
3.2 本章重点	(70)
•计算周期信号的频谱	(70)
•灵活运用傅里叶变换有关性质对信号进行正、逆变换	(70)
•正确理解与运用傅里叶变换的某些性质,如时移、尺度	

变换, 微分积分性质·····	(70)
•掌握抽样信号频谱的计算及抽样定理·····	(70)
3.3 例题·····	(70)
3.4 习题·····	(104)
第四章 连续时间系统的频域分析·····	(115)
4.1 重要公式·····	(115)
4.2 本章重点·····	(116)
•线性非时变系统的特征函数·····	(116)
•求解系统在非周期信号作用下的零状态响应·····	(116)
•求解系统在周期信号作用下的稳态响应·····	(116)
•系统的无失真传输及有失真情况下的线性畸变·····	(116)
•理想低通、高通、带通滤波器传输特性·····	(117)
•调幅信号通过带通系统·····	(117)
4.3 例题·····	(117)
4.4 习题·····	(145)
第五章 拉普拉斯变换·····	(154)
5.1 重要公式·····	(154)
5.2 本章重点·····	(159)
•利用性质求双边拉氏变换及其收敛域·····	(159)
•单边拉氏变换的时移、尺度变换、时域卷积、微分和积分性质的应用条件·····	(159)
•接入周期信号的拉氏变换·····	(159)
•初终值定理的应用条件·····	(159)
•电路的 S 域分析·····	(159)
5.3 例题·····	(160)
5.4 习题·····	(191)
第六章 连续时间系统的 S 域分析·····	(199)
6.1 重要公式·····	(199)
6.2 本章重点·····	(202)
•由零极点确定暂态、稳态、自由和强迫响应·····	(202)
•特征函数激励下系统响应的几种求法·····	(202)
•求解稳态响应的几种方法·····	(202)
•利用几何作图法由零极点图画频率特性曲线·····	(202)

•系统的稳定性分析·····	(202)
•系统的信号流图表示和梅逊公式·····	(202)
6.3 例题·····	(202)
6.4 习题·····	(228)
第七章 离散时间系统的时域分析·····	(237)
7.1 重要公式·····	(237)
7.2 本章重点·····	(238)
•离散信号的运算和离散时间系统的基本特性·····	(238)
•差分方程边界条件的确定方法·····	(238)
•差分方程的零输入解和零状态解·····	(238)
•离散信号的卷积运算·····	(238)
7.3 例题·····	(238)
7.4 习题·····	(264)
第八章 离散时间系统的频域分析·····	(269)
8.1 重要公式·····	(269)
8.2 本章重点·····	(272)
•求离散时间傅里叶变换·····	(272)
•离散时间系统的频率响应·····	(272)
•离散时间系统的频域分析·····	(272)
8.3 例题·····	(272)
8.4 习题·····	(294)
第九章 z 变换与离散系统的 z 域分析·····	(299)
9.1 重要公式·····	(299)
9.2 本章重点·····	(302)
•序列的 z 变换及收敛域·····	(302)
• z 反变换·····	(302)
•由拉氏变换求 z 变换·····	(302)
•利用 z 变换求解差分方程·····	(302)
•系统函数, 单位取样响应及频率响应·····	(302)
9.3 例题·····	(303)
9.4 习题·····	(332)
第十章 状态方程与状态变量分析法·····	(340)

10.1	重要公式	(340)
10.2	本章重点	(344)
	• 系统状态方程的建立	(344)
	• 由状态方程求系统转移函数与微分差分方程	(344)
	• 利用 A 矩阵求状态转移矩阵 e^{At} 或 A^n , 或相反	(344)
	• 状态方程及输出方程的时域解法与变换域解法	(344)
	• 状态方程的线性变换及对角化	(344)
	• 系统完全可控与完全可观测的充要条件	(344)
10.3	例题	(345)
10.4	习题	(364)
	简要答案	(371)
	参考文献	(403)

第一章 信号的函数表示与系统分析方法

1.1 重要公式

1.1.1 典型连续信号

实指数信号

$$f(t) = Ae^{at} \quad (1-1)$$

正弦信号

$$f(t) = A \sin(\omega t + \theta) \quad (1-2)$$

复指数信号

$$f(t) = Ae^{st} = Ae^{(\sigma + j\omega)t} \quad (1-3)$$

抽样函数

$$\text{sa}(t) = \frac{\sin t}{t} \quad (1-4)$$

高斯函数

$$f(t) = Ee^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2} \quad (1-5)$$

单位斜变信号

$$R_1(t) = \begin{cases} t, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (1-6)$$

单位阶跃信号

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (1-7)$$

$$\frac{dR_1(t)}{dt} = \varepsilon(t), \int_0^t \varepsilon(\tau) d\tau = R_1(t) \quad (1-8)$$

矩形脉冲信号

$$G_1(t) = \varepsilon(t) - \varepsilon(t - t_0) \quad (1-9)$$

符号函数

$$\operatorname{sgn}(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ -1, & t < 0 \end{cases} \quad (1-10)$$

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{sgn}(t), \operatorname{sgn}(t) = 2\varepsilon(t) - 1 \quad (1-11)$$

1.1.2 单位冲激信号

定义

$$\delta(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta} \left[\varepsilon\left(t + \frac{\Delta}{2}\right) - \varepsilon\left(t - \frac{\Delta}{2}\right) \right] \quad (1-12)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1, \delta(t) = 0 (t \neq 0) \quad (1-13)$$

性质

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t - t_0) dt = f(t_0) \quad (1-14)$$

$$\delta(t) = \delta(-t) \quad (1-15)$$

$$f(t) \delta(t - t_0) = f(t_0) \delta(t - t_0) \quad (1-16)$$

$$\int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = \varepsilon(t), \frac{d}{dt} \varepsilon(t) = \delta(t) \quad (1-17)$$

1.1.3 冲激偶信号

定义

$$\frac{d\delta(t)}{dt} = \delta'(t) \quad (1-18)$$

$$\int_{-\infty}^t \delta'(\tau) d\tau = \delta(t) \quad (1-19)$$

性质

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta'(t - t_0) dt = -f'(t_0) \quad (1-20)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t) dt = 0 \quad (1-21)$$

$$\delta'[-(t - t_0)] = -\delta'(t - t_0) \quad (1-22)$$

$$f(t) \delta'(t) = f(0) \delta'(t) - f'(0) \delta(t) \quad (1-23)$$

1.1.4 连续信号的分解

$$\begin{cases} f(t) = f_0(t) + f_e(t) \\ f_e(t) = \frac{1}{2}[f(t) + f(-t)] \\ f_0(t) = \frac{1}{2}[f(t) - f(-t)] \end{cases} \quad (1-24)$$

$$\begin{cases} f(t) = f_r(t) + jf_i(t) \\ f_r(t) = \frac{1}{2}[f(t) + f^*(t)] \\ jf_i(t) = \frac{1}{2}[f(t) - f^*(t)] \end{cases} \quad (1-25)$$

1.1.5 系统的性质

可加性与比例性

$$T[a_1 e_1(t) + a_2 e_2(t)] = a_1 r_1(t) + a_2 r_2(t) \quad (1-26)$$

非时变特性

$$T[e(t - t_0)] = r(t - t_0) \quad (1-27)$$

微分特性

$$T\left[\frac{d}{dt}e(t)\right] = \frac{d}{dt}r(t) \quad (1-28)$$

因果性 输出变化不发生在输入变化之前的系统为因果系统,否则为非因果系统.

稳定性 输入有界,则输出也有界(BIBO)的系统为稳定系统,否则为非稳定系统.

1.2 本章重点

- (1)信号的函数表示与图形表示;
- (2)单位冲激信号与冲激偶信号;
- (3)信号基本运算与信号分解;

- (4)系统的性质；
 (5)线性系统的方框图表示。

1.3 例 题

例 1.1 试概略画出下列各函数表示式表示的信号的波形图：

$$(a) f_1(t) = \frac{|t|}{2} [\epsilon(t+2) - \epsilon(t-2)]$$

$$(b) f_2(t) = \left(1 - \frac{|t|}{2}\right) \sin 2\pi t [\epsilon(t) - \epsilon(t-2)]$$

$$(c) f_3(t) = e^{-t} \epsilon(t) - e^t \epsilon(-t)$$

$$(d) f_4(t) = \sin\left(\frac{2\pi}{t}\right) [\epsilon(t) - \epsilon(t-1)]$$

解 按照给定的函数表示式,求出信号的初值、终值、极大值、极小值和一些关键点处的信号值,按照上述各值可概略画出信号的波形图。

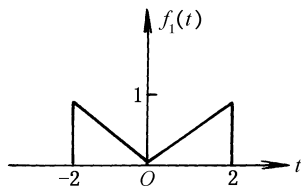


图 1.1.1

(a)可求出 $f_1(0) = 0$, $f_1(2) = 1$, $f_1(-2) = 1$,其他 $f(t) = 0$,故可画出 $f(t)$ 信号的波形图如图 1.1.1 所示。

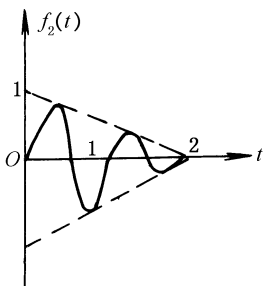


图 1.1.2

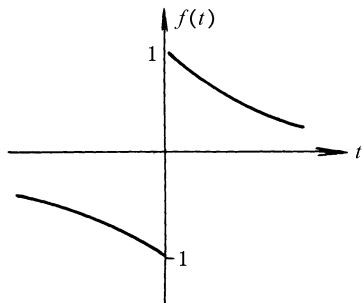


图 1.1.3

(b)由 $f_2(t)$ 的表示式可知 $f_2(t)$ 定义在 $t=0$ 至 $t=2$ 区间内,其包络在 $t=0$ 时为 1,在 $t=2$ 时为 0,故 $f_2(t)$ 信号的波形图如图 1.1.2 所示.

(c)由 $f_3(t)$ 的表示式可知 $f_3(0)=0$,当 $t>0$ 时 $f_3(t)=e^{-t}$,当 $t<0$ 时, $f_3(t)=-e^t$,故 $f_3(t)$ 信号的波形图如图 1.1.3 所示.

(d) $f_4(t)$ 定义在 $0<t\leq 1$ 区间内,可以看出:

$$f_4(1) = \sin 2\pi = 0, \quad f_4(0.8) = \sin \frac{\pi}{2} = 1,$$

$$f_4\left(\frac{2}{3}\right) = \sin 3\pi = 0, \quad f_4\left(\frac{4}{7}\right) = \sin \frac{6}{4}\pi = -1,$$

$$f_4\left(\frac{1}{2}\right) = \sin 4\pi = 0, \quad f_4\left(\frac{4}{9}\right) = \sin \frac{2}{4}\pi = 1,$$

$$f_4\left(\frac{2}{5}\right) = \sin 5\pi = 0, \quad f_4\left(\frac{4}{11}\right) = \sin \frac{6}{4}\pi = -1,$$

$$f_4\left(\frac{1}{3}\right) = \sin 6\pi = 0, \quad f_4\left(\frac{4}{13}\right) = \sin \frac{2}{4}\pi = 1,$$

$$f_4\left(\frac{2}{7}\right) = \sin 7\pi = 0, \quad f_4\left(\frac{4}{15}\right) = \sin \frac{6}{4}\pi = -1,$$

$$f_4\left(\frac{1}{4}\right) = \sin 8\pi = 0, \quad \dots\dots$$

故 $f_4(t)$ 信号的波形图如图 1.1.4 所示.

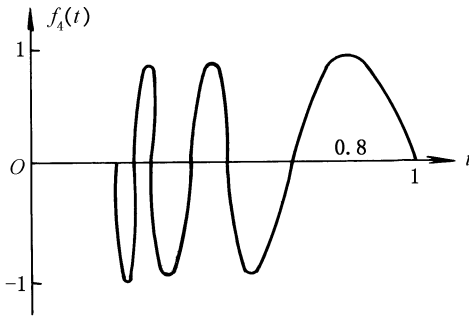


图 1.1.4

例 1.2 试概略地画出下列各函数式所对应的信号的波形图:

$$(a) f_1(t) = \frac{d}{dt}[e^{-t}\delta(t)]$$

$$(b) f_2(t) = \int_{-\infty}^t e^{-\tau}\delta'(\tau) d\tau$$

$$(c) f_3(t) = \epsilon(t^2 - 4)$$

$$(d) f_4(t) = \text{sgn}(\cos \pi t)$$

解 (a) 利用(1-23)式

$$f(t)\delta'(t) = f(0)\delta'(t) - f'(0)\delta(t) \quad (1-23)$$

可以求出

$$\begin{aligned} f_1(t) &= \frac{d}{dt}[e^{-t}\delta(t)] = -e^{-t}\delta(t) + e^{-t}\delta'(t) \\ &= -\delta(t) + \delta'(t) + \delta(t) \\ &= \delta'(t) \end{aligned}$$

$f_1(t)$ 的波形图如图 1.2.1 所示.

(b) 可以求出

$$\begin{aligned} f_2(t) &= \int_{-\infty}^t e^{-\tau}\delta'(\tau) d\tau \\ &= \int_{-\infty}^t [\delta'(\tau) + \delta(\tau)] d\tau \\ &= \delta(t) + \epsilon(t) \end{aligned}$$

$f_2(t)$ 的波形图如图 1.2.2 所示.

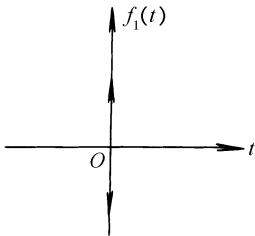


图 1.2.1

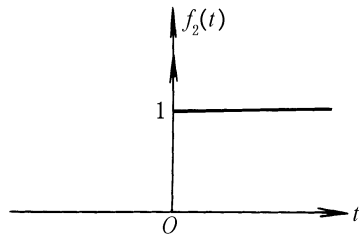


图 1.2.2

(c)按照单位阶跃信号 $\varepsilon(t)$ 的性质可知

$$f_3(t) = \varepsilon(t^2 - 4) = \varepsilon[(t+2)(t-2)]$$

当 $(t+2)(t-2) > 0$, 即 $|t| > 2$ 时, $\varepsilon(t^2 - 4) = 1$. 当 $(t+2)(t-2) < 0$, 即 $|t| < 2$ 时, $\varepsilon(t^2 - 4) = 0$, 因此

$$f_3(t) = \varepsilon(t^2 - 4) = \begin{cases} 1, & |t| > 2 \\ 0, & |t| < 2 \end{cases}$$

$f_3(t)$ 的波形图如图 1.2.3 所示.

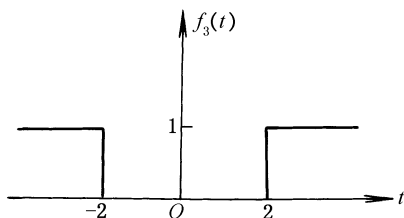


图 1.2.3

(d) $\cos \pi t$ 是周期为 2 的周期信号, 即

$$\cos \pi t > 0, 0 < t < \frac{1}{2}, \frac{3}{2} < t < 2$$

$$\cos \pi t < 0, \frac{1}{2} < t < \frac{3}{2}$$

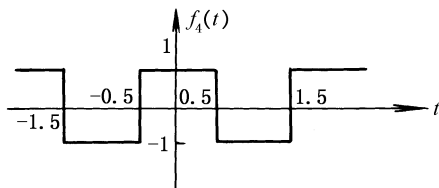


图 1.2.4

因此

$$f_4(t) = \operatorname{sgn}(\cos \pi t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < \frac{1}{2}, \frac{3}{2} < t < 2 \\ -1, & \frac{1}{2} < t < \frac{3}{2} \end{cases}$$

$f_4(t)$ 的波形图如图 1.2.4 所示.

例 1.3 试求下列函数值:

(a) $f_1(t) = 2 \varepsilon(2t+4) \delta(t+2)$;

(b) $f_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t^2 - 4t + 3) dt$;

(c) $f_3(t) = \int_{-2}^2 \delta(t^2 - 4t + 3) dt$;

(d) $f_4(t) = \frac{d}{dt} [e^{-t} \varepsilon(t)]$.

解 (a)可以求得

$$\begin{aligned} f_1(t) &= 2 \varepsilon(2t+4) \delta(t+2) \\ &= 2 \varepsilon[2(-2)+4] \delta(t+2) \\ &= 2 \varepsilon(0) \delta(t+2) \end{aligned}$$

注意到 $\varepsilon(0)=0.5$, 故 $f_1(t) = \delta(t+2)$.

(b)解此题要注意单位冲激信号 $\delta(t^2 - 4t + 3)$ 的性质, 由于

$$t^2 - 4t + 3 = (t-1)(t-3)$$

故当 $t=1$ 及 $t=2$ 时, $\delta(t^2 - 4t + 3)$ 存在二个冲激, 而当 t 为其他值时, $\delta(t^2 - 4t + 3)=0$, 因此

$$\begin{aligned} f_2(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t^2 - 4t + 3) dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} [\delta(t-1) + \delta(t-3)] dt \\ &= 2 \end{aligned}$$

(c)按照(b)的分析, 可得

$$\begin{aligned} f_3(t) &= \int_{-2}^2 \delta(t^2 - 4t + 3) dt \\ &= \int_{-2}^2 [\delta(t-1) + \delta(t-3)] dt \end{aligned}$$

$$= 1$$

(d)解此题时应注意利用(1-16)及(1-17)式

$$f(t)\delta(t-t_0) = f(t_0)\delta(t-t_0) \quad (1-16)$$

$$\frac{d}{dt}\epsilon(t) = \delta(t) \quad (1-17)$$

可以求出

$$\begin{aligned} f_4(t) &= \frac{d}{dt}[e^{-t} \cdot \epsilon(t)] \\ &= -e^{-t} \cdot \epsilon(t) + e^{-t}\delta(t) \\ &= -e^{-t}\epsilon(t) + \delta(t) \end{aligned}$$

例 1.4 一连续信号 $f(t)$ 的波形图如图 1.4.1 所示, 试画出下述信号的波形图, 并标注座标值:

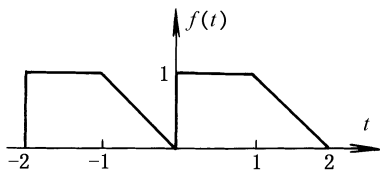


图 1.4.1

(a) $f(t+4)$;

(b) $2f\left(\frac{t}{2}-2\right)$;

(c) $2f(1-2t)$;

(d) $2f(t-2)$.

解 (a) $f(t+4)$ 的波形图如图 1.4.2 所示.

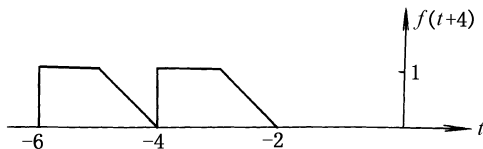


图 1.4.2

(b) $2f\left(\frac{t}{2}-2\right)$ 的波形图如图 1.4.3 所示.

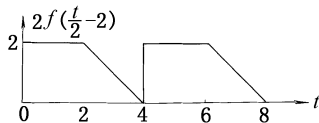


图 1.4.3

(c) $2f(1-2t)$ 的波形图如图 1.4.4 所示.

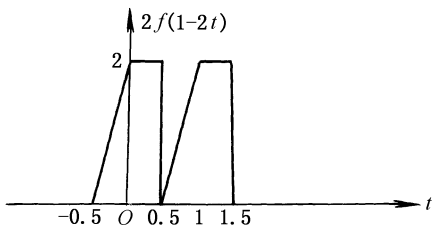


图 1.4.4

(d) $2f(t-2)$ 的波形图如图 1.4.5 所示.

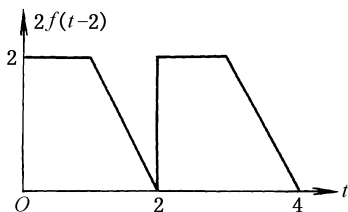


图 1.4.5

例 1.5 若 $h(t)$ 的波形如图 1.5.1 所示, $f(t)$ 的波形如图 1.4.1 所示, 试概略画出下述信号的波形图, 并加以标注:

- (a) $h(t)f(t+1)$
- (b) $h(t)f(-t)$
- (c) $h(t-1)f(1-t)$

(d) $h(1-t)f(t-1)$

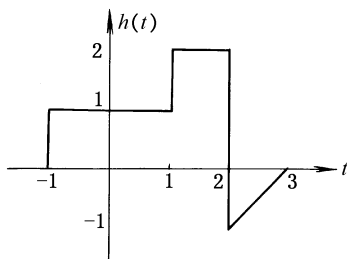


图 1.5.1

解 (a) $h(t)f(t+1)$ 的波形图如图 1.5.2 所示.

(b) $h(t)f(-t)$ 的波形图如图 1.5.3 所示.

(c) $h(t-1)f(1-t)$ 的波形图如图 1.5.4 所示.

(d) $h(1-t)f(t-1)$ 的波形图如图 1.5.5 所示.

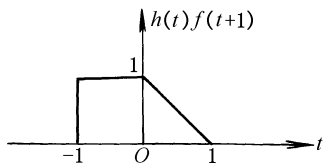


图 1.5.2

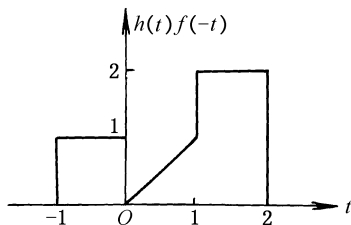


图 1.5.3

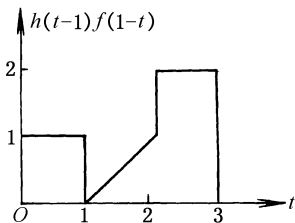


图 1.5.4

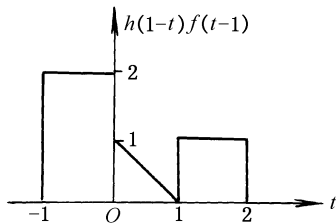


图 1.5.5

例 1.6 若 $f\left(2-\frac{t}{3}\right)$ 的波形图如图 1.6.1 所示, 试概略画出 $f(t)$ 的波形图

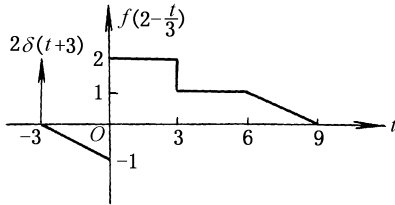


图 1.6.1

解 按时移性质可画出 $f\left(-\frac{t}{3}\right)$ 的波形图如图 1.6.2 所示. 按反褶性质可画出 $f\left(\frac{t}{3}\right)$ 的波形图如图 1.6.3 所示. 再按比例性质可画出 $f(t)$ 的波形图如图 1.6.4 所示. 其中冲激信号按比例变

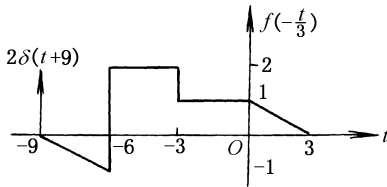


图 1.6.2

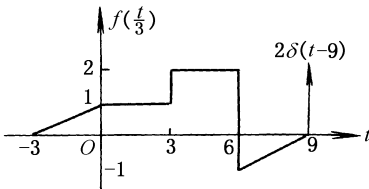


图 1.6.3

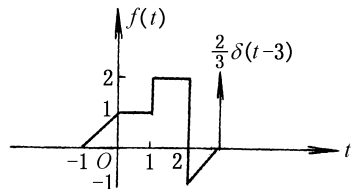


图 1.6.4

化后, 其幅度要产生相应变化, 即

$$\delta(at) = \frac{1}{|a|} \delta(t)$$

可按

$$\delta(at) = \int_{-\infty}^t \delta'(a\tau) d\tau = \frac{1}{|a|} \int_{-\infty}^t \delta'(\tau) d\tau = \frac{1}{|a|} \delta(t)$$

得到证明,因此

$$2\delta(3t-9) = 2\delta[3(t-3)] = \frac{2}{3}\delta(t-3)$$

例 1.7 对于下述的连续信号,输入为 $e(t)$,输出为 $r(t)$, $T[e(t)]$ 表示系统对 $e(t)$ 的响应,试判定下述系统是否为:

(1)线性系统;(2)非时变系统;(3)因果系统;(4)稳定系统:

(a) $r(t) = T[e(t)] = e(t-2)$;

(b) $r(t) = T[e(t)] = e(-t)$;

(c) $r(t) = T[e(t)] = e(t)\cos t$;

(d) $r(t) = T[e(t)] = a^{e(t)}$.

解 判断是否为线性系统可按(1-26)式

$$T[a_1 e_1(t) + a_2 e_2(t)] = a_1 r_1(t) + a_2 r_2(t) \quad (1-26)$$

若满足(1-26)式则为线性系统,否则为非线性系统,判断系统是否为非时变系统,则按(1-27)式

$$T[e(t-t_0)] = r(t-t_0) \quad (1-27)$$

若满足(1-27)式则为非时变系统,否则为时变系统.对于一般系统,判断其是否为因果系统,则按其输出变化不发生在输入变化之前的系统为因果系统,否则为非因果系统.对于线性非时变系统,若满足 $t < 0$ 时,系统的冲激响应 $h(t) = 0$ 的系统为因果系统,否则为非因果系统.

对于一般系统,判断其是否为稳定系统则按 BIBO 准则,即输入有界,则输出有界的系统为稳定系统,否则为非稳定系统.对于线性非时变系统,若满足

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty$$

则系统为稳定系统,否则为非稳定系统.

(a) 由于

$$\begin{aligned} T[a_1 e_1(t) + a_2 e_2(t)] &= a_1 e_1(t-2) + a_2 e_2(t-2) \\ &= a_1 r_1(t) + a_2 r_2(t) \end{aligned}$$

故此系统为线性系统,而且由于

$$\begin{aligned} T[e(t-t_0)] &= e(t-t_0-2) \\ r(t-t_0) &= e(t-t_0-2) \end{aligned}$$

故

$$T[e(t-t_0)] = r(t-t_0)$$

该系统为非时变系统,且输出变化 t 发生在输入变化 $(t-2)$ 之后,故该系统为因果系统,由于该系统满足 BIBO 准则,故该系统为稳定系统.

(b) 由于

$$\begin{aligned} T[a_1 e_1(t) + a_2 e_2(t)] &= a_1 e_1(-t) + a_2 e_2(-t) \\ &= a_1 r_1(t) + a_2 r_2(t) \end{aligned}$$

故此系统为线性系统,而且由于

$$\begin{aligned} T[e(t-t_0)] &= e(-t-t_0) \\ r(t-t_0) &= e(-t+t_0) \end{aligned}$$

故

$$T[e(t-t_0)] \neq r(t-t_0)$$

该系统为时变系统,且当 $t > 0$ 时,输出变化 t 发生在输入变化 $(-t)$ 之后,该系统为因果系统.而当 $t < 0$ 时,输出变化发生在输入变化之前,该系统为非因果系统.该系统满足 BIBO 准则,故该系统为稳定系统.

(c) 由于

$$\begin{aligned} T[a_1 e_1(t) + a_2 e_2(t)] &= a_1 e_1(t)\cos t + a_2 e_2(t)\cos t \\ &= a_1 r_1(t) + a_2 r_2(t) \end{aligned}$$

故该系统为线性系统,且由于

$$T[e(t-t_0)] = e(t-t_0)\cos t$$

而

$$r(t-t_0) = e(t-t_0)\cos(t-t_0)$$

故该系统为时变系统.该系统输出变化与输入变化同时发生,故该系统为因果系统.该系统满足 BIBO 准则,故该系统为稳定系统.

(d) 由于该系统

$$T[a_1 e_1(t) + a_2 e_2(t)] = a^{a_1 e_1(t) + a_2 e_2(t)}$$

而

$$a_1 r_1(t) + a_2 r_2(t) = a_1 a^{e_1(t)} + a_2 a^{e_2(t)}$$

故

$$T[a_1 e_1(t) + a_2 e_2(t)] \neq a_1 r_1(t) + a_2 r_2(t)$$

该系统为非线性系统.而由于

$$T[e(t-t_0)] = a^{e(t-t_0)} = r(t-t_0)$$

故该系统为非时变系统.该系统输出变化和输入变化同时发生,故该系统为因果系统.该系统满足 BIBO 准则,故该系统为稳定系统.

例 1.8 一线性非时变因果系统的输入 $e(t)$ 和输出 $r(t)$ 如图 1.8.1 所示,试求该系统对阶跃信号 $\varepsilon(t)$ 的响应.

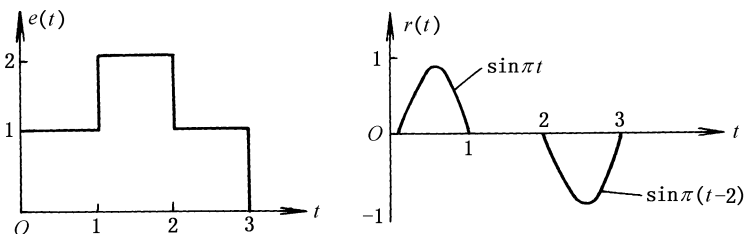


图 1.8.1

解 见图 1.8.1,可以得到

$$e(t) = \varepsilon(t) + \varepsilon(t-1) - \varepsilon(t-2) - \varepsilon(t-3)$$

系统对 $\varepsilon(t)$ 的响应称为阶跃响应,以 $g(t)$ 表示,于是对于 $e(t)$ 的响应 $r(t)$ 可表示为

$$r(t) = g(t) + g(t-1) - g(t-2) - g(t-3)$$

借助图解法可求出对阶跃信号 $\varepsilon(t)$ 的响应 $g(t)$. 下面按时间区间分别进行求解:

(1) $t: (0, 1)$

在 $0 < t < 1$ 时, 输入只有 $\varepsilon(t)$, 此时

$$g(t) = r(t) = \sin \pi t \quad (0 < t < 1)$$

按照非时变特性, 可得

$$g(t-1) = \sin \pi(t-1) \quad (1 < t < 2)$$

$$-g(t-2) = -\sin \pi(t-2) \quad (2 < t < 3)$$

$$-g(t-3) = -\sin \pi(t-3) \quad (3 < t < 4)$$

按上式, $g(t), g(t-1), -g(t-2), -g(t-3)$ 示于图 1.8.2.

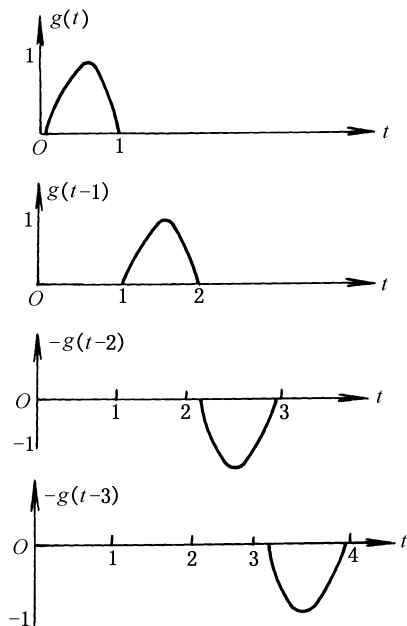


图 1.8.2

(2) $t: (1, 2)$

在 $1 < t < 2$ 时, 输入 $e(t)$ 为

$$e(t) = \varepsilon(t) + \varepsilon(t-1)$$

而输出信号 $r(t)$ 为

$$r(t) = g(t) + g(t-1) = 0$$

$$g(t) = -g(t-1) = -\sin \pi(t-1) \quad (1 < t < 2)$$

按非时变特性, 可以得出

$$g(t-1) = -\sin \pi(t-2) \quad (2 < t < 3)$$

$$-g(t-2) = \sin \pi(t-3) \quad (3 < t < 4)$$

$$-g(t-3) = \sin \pi(t-4) \quad (4 < t < 5)$$

按照上式, $g(t), g(t-1), -g(t-2), -g(t-3)$ 在上述区间的图形示于图 1.8.3.

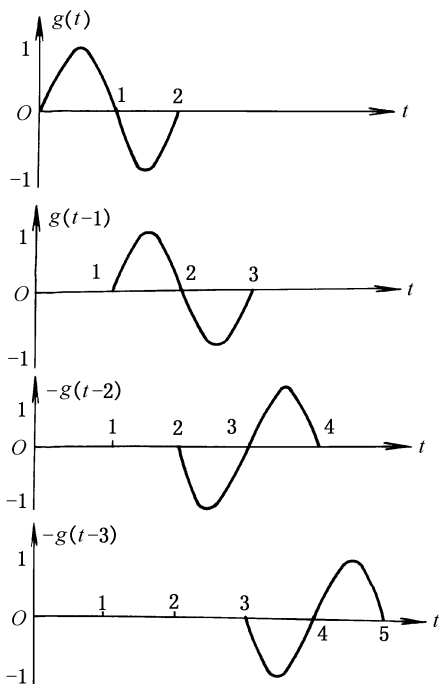


图 1.8.3

(3) $t: (2, 3)$

在 $2 < t < 3$ 时, 输入 $e(t)$ 为

$$e(t) = \varepsilon(t) + \varepsilon(t-1) - \varepsilon(t-2)$$

输出 $r(t)$ 为

$$\begin{aligned} r(t) &= g(t) + g(t-1) - g(t-2) \\ &= -\sin \pi(t-2), (2 < t < 3) \end{aligned}$$

按照上几节的结果, 在 $2 < t < 3$ 时

$$\begin{aligned} g(t-1) &= -\sin \pi(t-2), (2 < t < 3) \\ -g(t-2) &= -\sin \pi(t-2), (2 < t < 3) \end{aligned}$$

故

$$g(t) = \sin \pi(t-2), (2 < t < 3)$$

按非时变特性

$$\begin{aligned} g(t-1) &= \sin \pi(t-3), (3 < t < 4) \\ -g(t-2) &= -\sin \pi(t-4), (4 < t < 5) \\ -g(t-3) &= -\sin \pi(t-5), (5 < t < 6) \end{aligned}$$

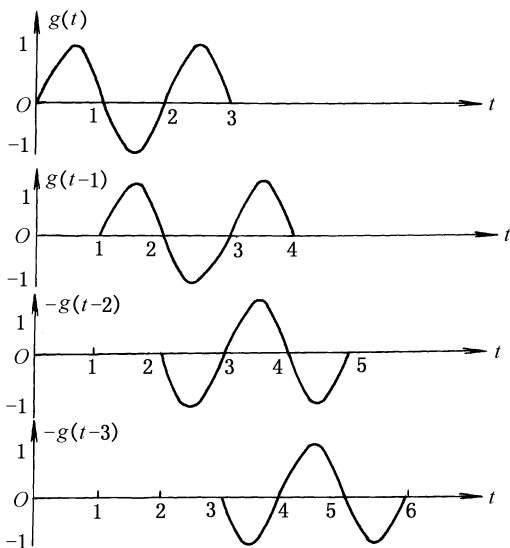


图 1.8.4

按照上式, $g(t), g(t-1), -g(t-2), -g(t-3)$ 在上述区间的图形示于图 1.8.4.

(4) $t: (3, 4)$

在 $3 < t < 4$ 时, 输入 $e(t)$ 为

$$e(t) = \epsilon(t) + \epsilon(t-1) - \epsilon(t-2) - \epsilon(t-3)$$

输出 $r(t)$ 为

$$r(t) = g(t) + g(t-1) - g(t-2) - g(t-3) = 0$$

按照上几节结果, 在 $3 < t < 4$ 时

$$\begin{aligned} g(t-1) &= \sin \pi(t-3), & (3 < t < 4) \\ -g(t-2) &= \sin \pi(t-3), & (3 < t < 4) \\ -g(t-3) &= -\sin \pi(t-3), & (3 < t < 4) \end{aligned}$$

故

$$g(t) = -\sin \pi(t-3), \quad (3 < t < 4)$$

按照非时变特性, 可得

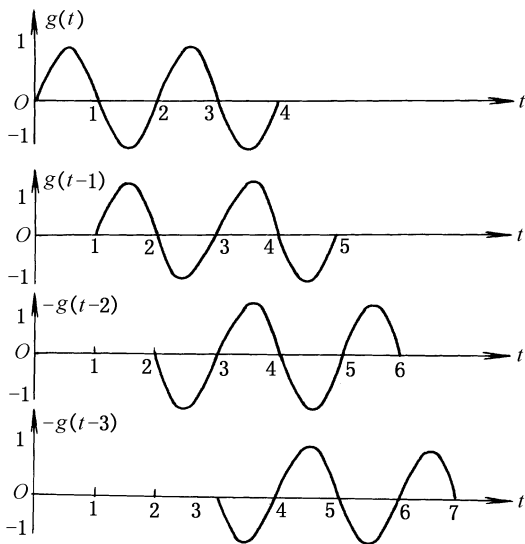


图 1.8.5

$$\begin{aligned} g(t-1) &= -\sin \pi(t-4), & (4 < t < 5) \\ -g(t-2) &= \sin \pi(t-5), & (5 < t < 6) \\ -g(t-3) &= \sin \pi(t-6), & (6 < t < 7) \end{aligned}$$

按照上式, $g(t), g(t-1), -g(t-2), -g(t-3)$ 在上述区间的图形示于图 1.8.5. 继续做下去, 可得到

$$g(t) = \sin \pi t \cdot \varepsilon(t)$$

例 1.9 试用加法器、系数乘法器和积分器画出下述微分方程所表示的系统的方框图:

$$\frac{d^3}{dt^3} y(t) + 2 \frac{d^2}{dt^2} y(t) + 2 \frac{d}{dt} y(t) + y(t) = \frac{d}{dt} x(t) + 3x(t)$$

解 先研究

$$\frac{d^3}{dt^3} r(t) + 2 \frac{d^2}{dt^2} r(t) + 2 \frac{d}{dt} r(t) + r(t) = x(t)$$

利用算子

$$p = \frac{d}{dt}, p^2 = \frac{d^2}{dt^2}, p^3 = \frac{d^3}{dt^3}, \text{ 及 } p^{-1} = \int_{-\infty}^t (\) d\tau$$

上式可表示为

$$p^3 r(t) + 2p^2 r(t) + 2pr(t) + r(t) = x(t)$$

于是

$$r(t) = p^{-3} [x(t) - 2p^2 r(t) - 2pr(t) - r(t)]$$

上式可表示为如图 1.9.1 所示.

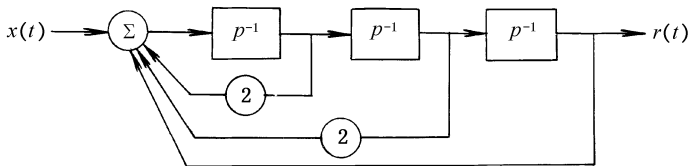


图 1.9.1

将给定的微分方程写成算子形式:

$$p^3 y(t) + 2p^2 y(t) + 2py(t) + y(t) = px(t) + 3x(t)$$

将 $x(t) = p^3 r(t) + 2p^2 r(t) + 2pr(t) + r(t)$ 代入上式, 得

$$\begin{aligned}
 p^3 y(t) + 2p^2 y(t) + 2py(t) + y(t) &= p[p^3 r(t) + 2p^2 r(t) + 2pr(t) + r(t)] \\
 &\quad + 3[p^3 r(t) + 2p^2 r(t) + 2pr(t) + r(t)] \\
 &= p^3 [pr(t) + 3r(t)] + 2p^2 [pr(t) + 3r(t)] \\
 &\quad + 2p[pr(t) + 3r(t)] + [pr(t) + 3r(t)]
 \end{aligned}$$

对比等式两边,可得

$$y(t) = pr(t) + 3r(t)$$

因此,本系统可用图 1.9.2 所示的方框图来表示.

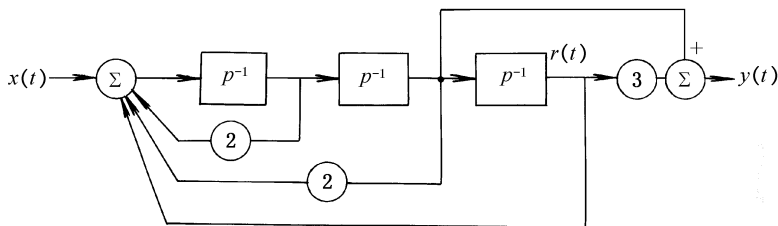


图 1.9.2

例 1.10 试求出图 1.10 所示方框图表示的系统的微分方程.

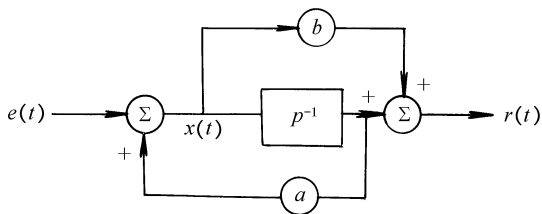


图 1.10

解 按节点法可以得到

$$\begin{aligned}
 r(t) &= bx(t) + p^{-1} x(t) \\
 x(t) &= e(t) + ap^{-1} x(t)
 \end{aligned}$$

由上式

$$x(t) = \frac{e(t)}{1 - ap^{-1}}$$

代入 $r(t)$ 式, 得

$$r(t) = \frac{(b + p^{-1})e(t)}{1 - ap^{-1}}$$

$$(1 - ap^{-1})r(t) = (b + p^{-1})e(t)$$

$$(p - a)r(t) = (bp + 1)e(t)$$

即

$$\frac{d}{dt}r(t) - ar(t) = b \frac{d}{dt}e(t) + e(t)$$

1.4 习 题

1.1 试画出下列各函数式表示的信号的波形图:

(a) $f_1(t) = \cos \omega t \cdot \varepsilon(t)$

(b) $f_2(t) = \cos \omega t \cdot \varepsilon(t - t_0)$

(c) $f_3(t) = \cos[\omega(t - t_0)] \cdot \varepsilon(t)$

(d) $f_4(t) = \cos[\omega(t - t_0)] \cdot \varepsilon(t - t_0)$

1.2 试画出下列各函数式表示的信号图形:

(a) $f_1(t) = \varepsilon(t_0 - t), t_0 > 0$

(b) $f_2(t) = \varepsilon(t_0 - 2t), t_0 > 0$

(c) $f_3(t) = \varepsilon(t_0 - 2t) - \varepsilon(-t_0 - 2t), t_0 > 0$

(d) $f_4(t) = \varepsilon[\sin \pi t]$

1.3 概略画出下列各函数式表示的信号的波形图:

(a) $f_1(t) = \cos[\pi t \operatorname{sgn}(t)]$

(b) $f_2(t) = \operatorname{sgn}(t^2 - 4)$

(c) $f_3(t) = \delta(\cos \pi t)$

(d) $f_4(t) = \frac{d}{dt}[\varepsilon(\sin \pi t)]$

1.4 试利用冲激信号的抽样性质, 求下列表示式的函数值: