

研究生教学用书
教育部研究生工作办公室推荐

机械系统建模与动态分析

Modeling and Dynamic Analysis of Mechanical System

温熙森 陈 循 徐永成 陶利民 编著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书以机械工程为背景,介绍机械系统建模与动态分析的基本理论及其在机械工程中的应用技术。主要内容包括基础理论篇、时域建模与分析篇、频域建模与分析篇和综合应用篇等四个部分。

本书可作为机械工程及相关专业硕士研究生教材,使其掌握机械系统建模与动态分析的思想、原理、方法和技术手段,也可用作相关领域工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

机械系统建模与动态分析/温熙森 等编著. - 北京:科学出版社,2004
(教育部研究生工作办公室推荐研究生教学用书)
ISBN 7-03-013825-2

I. 机… II. 温… III. ①机械系统-系统建模-研究生-教学参考资料 ②机械系统-系统动力学-研究生-教学参考资料 IV. TH113.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 066752 号

责任编辑:刘俊来 李艳霞 / 责任校对:包志虹
责任印制:安春生 / 封面设计:陈 敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2004 年 8 月第 一 版 开本:B5(720×1000)
2004 年 8 月第一次印刷 印张:20 1/2
印数:1—2 500 字数:388 000

定价:38.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换(路通))

前 言

机械系统以各种形式(如各类制造控制设备、工程机械、武器装备等)广泛地存在于人类的生产及社会活动当中。由于科学技术的迅猛发展,机械系统的内涵早已不再是字面意义上的机械执行装置,而是拓展为集电力驱动、电子控制及形态各异的执行机构于一体的机电一体化系统。

机械系统在运作过程中表现出来的特征,即动态特性,包括系统在特定激励下的响应特性、稳定性、鲁棒性等往往是系统设计、使用及维护人员最为关心的品质,也是评价系统综合性能、总体质量的首要特性。

根据特定的目的,如何对机械系统的运行状态进行恰当的数学描述——建模,如何对系统的动态特性进行正确的评价——分析,是本书试图从方法上回答清楚的两个主要问题,也是机械系统实现最优化设计、控制与维护首先必须解决的基础性问题。

数学模型是为了解现实世界某系统或过程得到的某种抽象、简化的数学结构。利用数学方法解决实际问题时,核心工作便是建立能够反映系统状态信息的数学模型,然后利用此模型对实际问题进行理论求解、分析和研究。机械系统的分析、控制和动态特性设计等都与系统运作时的数学模型密切相关。因而,建立和改进系统的数学模型是进行分析与设计的一个不可或缺的重要工作。

根据任务需要,机械工程领域中功能、形态各异的系统的动态特性必须满足各种特定的要求,如对系统的频响特性、稳定性等方面的要求。动态性能指标是评价系统动态特性优劣的标准。系统动态分析的任务便是研究系统的动态特性,并对其进行评价。

建模的目的是为系统动态分析提供操作平台;动态分析的目的则是为系统实现最优化设计、控制与维护提供客观依据。

综上所述,本书将以机械工程为应用背景,系统介绍机械系统的建模与动态分析的基本理论及其应用技术。

从研究生的整体教学培养计划出发,本书重点介绍比较成熟且常用的系统,特别是线性系统的建模分析理论与应用技术。全书共 15 章,其中绪论主要回答系统建模与分析的基本问题,并简要介绍全书的基本内容及体系结构。其余各章则划分为基础理论篇、时域建模与分析篇、频域建模与分析篇、综合应用篇等四个部分。

本书在研究生教材《机械系统动态分析理论与应用》(温熙森、陈循、唐丙阳编著,国防科技大学出版社,1998)的基础上改编。综合各方面的意见和建议,本书在

内容上作了较大幅度的调整,基本指导思想是进一步突出机械系统动态特性建模与分析的主题,增加了系统建模分析理论与应用专题介绍的比重,而对信号处理分析等内容则作了大量删简。此外,考虑到包括我校在内的许多高校研究生专门开设有非线性过程与系统分析、非稳态过程分析等课程,因此,本书对高阶谱分析和时频联合域分析这两部分内容也作了大量删简。

就风格而言,本书力图保持《机械系统动态分析理论与应用》一书中注重基本理论及物理意义阐述、内在联系剖析和实用技术介绍等特点,适当穿插介绍一些前沿理论与技术,以便读者开阔视野,启发思路。通过教学实践,希望学生能够真正掌握机械系统建模与动态分析的理论与技术。

本书内容基本覆盖了国防科技大学原来开设的“系统辨识”与“机械系统动态分析理论与应用”两门硕士研究生课程。在其他高校中,相关的教学内容通常被开设为“系统辨识”、“系统动力学”或“信号与系统分析”等2~3门课程。国防科技大学目前开设的“机械系统建模与动态分析”课程的计划课时为54学时,授课形式包括讲授、自学、讨论、实验,经过两年的教学实践,反响良好。

本书由温熙森教授负责整体策划和审定,陈循教授负责统稿,并合作编写第1、2、9、11、12章。绪论由温熙森、徐永成、陈循共同执笔;徐永成副教授编写第4、14、15章,与陈循合编第13章,并在技术协调等方面做了许多工作;陶利民研究员编写第5、6、8章,与陈循合编第10章;李岳副教授编写第3、7章。

本书经国务院学位委员会学科评议组专家审定,被教育部研究生工作办公室推荐为研究生教学用书,在科学出版社出版。国防科技大学研究生院和国防科技大学出版社也为本书的修订给予了许多关心和支持。同时,本书还借鉴了国内外众多学者在该领域的一些学术专著和科研论文(在每章后面都进行了注明),在此谨向上述相关单位和专家表示衷心感谢。

由于作者水平所限,书中难免有不妥或错误之处,恳请读者指正。

作 者

2004年1月

目 录

前言

绪论	1
§ 0.1 几个实例	1
§ 0.2 系统建模分析中的基本问题	4
§ 0.3 系统建模分析理论与技术的发展状况	11
§ 0.4 本书内容及章节安排	13
习题	15
参考文献	15

基础理论篇

第 1 章 动态过程的基础知识	19
§ 1.1 确定性过程	19
§ 1.2 随机过程	21
§ 1.3 随机过程的功率谱估计	34
§ 1.4 动态过程的其他分类方式	39
习题	41
参考文献	41
第 2 章 变换域分析基础知识	42
§ 2.1 傅里叶变换	42
§ 2.2 傅里叶变换与拉氏变换、 Z 变换之间的关系	57
§ 2.3 时频联合域变换分析简介	61
习题	63
参考文献	64
第 3 章 系统模型分类与数学描述	65
§ 3.1 系统模型的分类	65
§ 3.2 线性定常系统的数学描述	67
习题	83
参考文献	84
第 4 章 机械系统动力学建模方法	85
§ 4.1 机械系统动力学基本概念	85

§ 4.2 机械系统动力学建模·····	88
§ 4.3 机械系统有限元建模方法·····	91
习题·····	98
参考文献·····	98

时域建模与分析篇

第5章 动态系统非参数法建模·····	103
§ 5.1 阶跃响应法·····	103
§ 5.2 脉冲响应法·····	108
§ 5.3 动态系统相关分析法建模·····	113
习题·····	127
参考文献·····	127
第6章 动态系统参数类建模方法·····	128
§ 6.1 最小二乘类参数建模方法·····	128
§ 6.2 极大似然类参数建模方法·····	139
§ 6.3 时序建模方法·····	153
习题·····	158
参考文献·····	158
第7章 非线性系统建模·····	159
§ 7.1 基于哈默斯坦模型的非线性建模方法·····	159
§ 7.2 基于神经网络模型的非线性建模方法·····	161
习题·····	173
参考文献·····	174
第8章 实际建模中需考虑的几个问题·····	175
§ 8.1 系统辨识应用要点·····	175
§ 8.2 动态系统建模中模型阶次与时延的确定·····	180
§ 8.3 模型的检验·····	185
§ 8.4 建模实例分析·····	186
习题·····	194
参考文献·····	194

频域建模与分析篇

第9章 频谱选带与细化分析·····	197
§ 9.1 DFT 运算中 $\{x[n]\}$ 补 0 对 $\{X[k]\}$ 的影响·····	198

§ 9.2 相位补偿频谱细化	201
§ 9.3 FFT-FS 频谱细化分析	203
习题.....	207
参考文献.....	207
第 10 章 系统频率响应函数估计	208
§ 10.1 系统频响函数估计.....	208
§ 10.2 系统传递函数估计.....	218
习题.....	224
参考文献.....	224
第 11 章 回转系统的动态特征分析	225
§ 11.1 阶比分析.....	225
§ 11.2 全息谱分析.....	230
§ 11.3 复合功率谱与坎贝尔图.....	240
习题.....	241
参考文献.....	242
综合应用篇	
第 12 章 实验模态分析技术	245
§ 12.1 模态坐标与模态参数.....	245
§ 12.2 实验模态分析的基本过程.....	246
§ 12.3 实验模态分析的激振方法和响应测量.....	247
§ 12.4 频响函数计算.....	249
§ 12.5 模态参数识别与模态振型图.....	251
§ 12.6 灵敏度分析与结构动力修改预测.....	254
习题.....	256
参考文献.....	257
第 13 章 振动与噪声控制技术	258
§ 13.1 振动环境模拟技术.....	258
§ 13.2 有源消声中的系统建模与控制.....	263
习题.....	271
参考文献.....	271
第 14 章 典型机电系统建模与动态分析	273
§ 14.1 齿轮加工机床主轴回转误差的动态测试与分析.....	273
§ 14.2 机器人多维腕力传感器动态特性的频域研究.....	276

§ 14.3	鱼雷结构设计中振动传递特性的试验研究·····	282
§ 14.4	自动引导车辆转向系统的实验建模与参数辨识·····	289
	习题·····	293
	参考文献·····	294
第 15 章	机械系统建模与动态分析应用软件简介 ·····	295
§ 15.1	动态系统建模与仿真分析软件——Simulink ·····	295
§ 15.2	机电一体化系统建模与仿真分析软件——Saber ·····	299
§ 15.3	基于有限元的大型结构建模与仿真分析软件——MSC ·····	306
	习题·····	312
	参考文献·····	312
附录	变量、符号与缩写词说明 ·····	314
	附录一 变量说明·····	314
	附录二 符号说明·····	316
	附录三 缩写词·····	316

绪 论

绪论首先从实例入手,引出本书的主要内容;然后重点阐述机械系统建模、辨识、动态分析理论、技术和应用等基本问题及其发展状况;最后介绍全书内容的体系结构及章节安排。

§ 0.1 几个实例

要运用数学理论与方法解决工程实际问题,首先根据有关条件建立相应的数学模型,然后才有可能进一步分析问题和解决问题。因此,建立数学模型是解决问题的关键。

数学模型是为了解现实世界某系统或过程得到的一个抽象的、简化的数学结构,该结构由数学语言(包括符号)确定一组变量之间的关系,从而解释或描述某一系统或过程。例如,牛顿第二定律 $F(t) = ma(t)$ 就是一个典型的数学模型。

下面通过几个实例向读者展示机械系统数学模型建立及应用的基本情况。

0.1.1 压电加速度计的实验建模和理论建模

加速度计是机械系统动态测试中最常用的传感器之一,如图 0.1 所示。

为了研究加速度计的动态特性,我们可以根据实验得到的加速度计输入输出信号建模,如图 0.2(a)所示便是实验测得到的某加速度计的频率特性曲线,它是一种通过实验建立的,描述系统频域动态性能的数学模型。

图 0.2(b)为某型压电式加速度计的简化物理模型。其工作原理如下:

加速度计的壳体随被测对象沿箭头方向同步振动,设加速度计中的质量块 m 相对壳体的振动加速度为 a ,那么,质量块施加给压电晶体的力 F 与 a 成正比,而压电晶体则产生与受力大小成正比的电荷量。



图 0.1 加速度计

图 0.2(b)所示的物理模型可以抽象为如图 0.3 所示的力学模型。

我们可以通过动力学微分方程,对加速度计进行理论建模分析。

根据已知的力学原理,图 0.3 所示的力学模型可以用如下的微分运动方程描

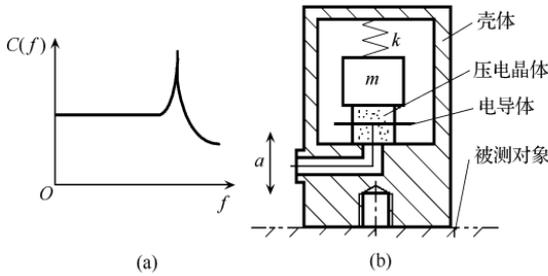


图 0.2 加速度计频率响应曲线与物理模型

述：

$$m y''(t) + c y'(t) + k y(t) = f(t) + m g$$

这其中,根据实际运行情况有 $m g \ll f(t)$,若忽略该项,对上式进行简化,便得到如下一个简化的数学模型:

$$m y''(t) + c y'(t) + k y(t) = f(t)$$

给定初始条件,可以求解出 $y(t)/f(t)$ 间的映射关系,依据该映射关系,就可以分析加速度计的动态特性,看其是否满足使用要求。

上述过程是对一个实际的物理对象进行特征抽象和数学描述的典型例子,体现了实际系统动态分析的流程和特点。

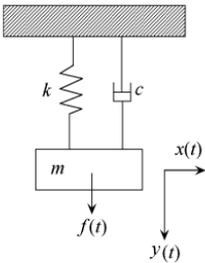


图 0.3 加速度计力学模型

0.1.2 液压阀的实验建模

液压阀由于诸如阀口流量、摩擦等非线性因素的存在,通过物理定律建立的理论模型很难准确地反映实际的工作过程,以此为基础的计算机仿真也可能会出现很大偏差。因此实验建模就成为获得其精确数学模型的有效方法。

实际液压阀的特性通常都会随着时间而发生变化,例如,因结构磨损和阀的缝隙变脏造成其过流面积逐渐减小对其特性造成的影响。如果液压阀在开始使用时处于最佳性能状态,则该性能会随着时间的推移而逐渐变差。因此,对液压阀的动态参数,如流量、压力等进行测量并建模分析,就可以估计阀的故障或缺陷的发展趋势。

液压阀的实验建模过程是:首先对液压阀施加一个激励信号,如一定的流量或压力;然后测量其输出的流量或压力;将液压阀的激励/响应信号视作系统的一对输入输出,最后利用傅里叶变换对系统的频率响应函数进行估计,通过曲线拟合,最终得到液压阀的实验模型。

图 0.4 是液压阀的测量系统示意图。具体的实验工作过程此处不赘述,详情可参见文献[2]。

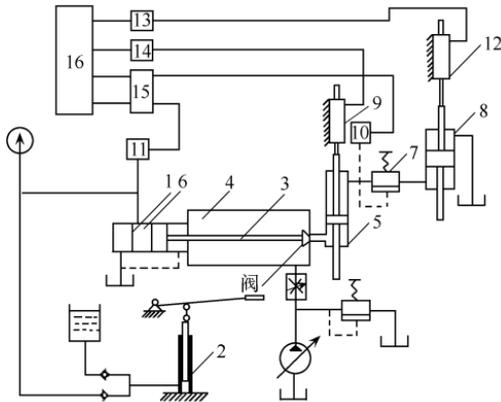


图 0.4 液压阀测量系统示意图

1. 爆破膜片; 2. 手动泵; 3. 快速开启阀; 4. 高压腔; 5. 测量输入流量的油缸;
6. 预压油缸; 7. 被试减压阀; 8. 流量测量油缸; 9、12. 位移传感器;
- 10、11. 压力传感器; 13、14. 放大器; 15. 应变计; 16. 记录仪器

液压阀实验时使用磁带记录仪记录传感器 9 和 10 的位移和压力信号,分别进行傅里叶变换。然后用输入和输出的互谱除以输入的自谱得到被试阀的频率响应函数数据,图 0.5 是测量得到的、反映该液压阀重要动态特性的幅频特性曲线 $|H_1(f)|$ 。之后,借助于曲线拟合便可获得液压阀的数学模型。

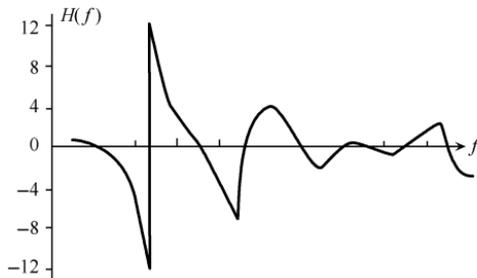


图 0.5 液压阀的幅频特性曲线 $|H_1(f)|$

0.1.3 电梯机械传动系统的动态分析

高速电梯的迅猛发展对电梯的动态性能提出了越来越高的要求。为了提高乘坐舒适性,尽可能地减少振动及噪声,世界上一些有实力的电梯公司都在电梯动态

性能的分析上投入大量的人力、物力开展研究。

电梯机械传动系统主要由曳引电机、减速传动部分、曳引轮、导向轮、张紧轮、轿厢、荷重、曳引绳、张紧绳等部分组成,如图 0.6 所示。

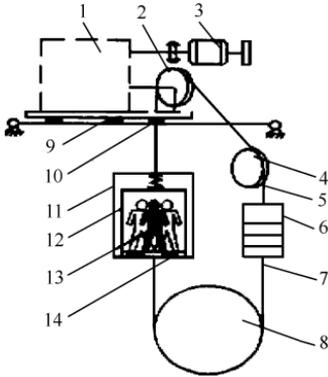


图 0.6 电梯机械传动系统原理图

1. 减速厢;2. 曳引轮;3. 曳引电机;4. 导向轮;5. 曳引绳;
6. 对重;7. 张紧绳;8. 张紧轮;9. 减振垫;10. 承重梁;
11. 轿厢架;12. 轿厢;13. 载荷;14. 超载橡胶

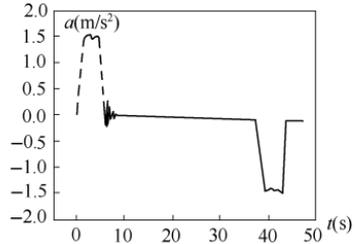


图 0.7 轿厢垂直加速度响应曲线

电梯机械传动系统的振动模型简化及建模过程在第 4 章中详细讨论,这里只简述电梯传动系统动态分析的基本思路。

首先建立电梯机械传动系统垂直方向的振动微分方程(具体建模过程见本书第 4 章)。由于电梯标准及乘坐舒适性主要取决于轿厢载荷。因此,建模及求解时必须考虑轿厢的运动,如位移、速度、加速度等的变化情况。将这些数据绘制成曲线即得轿厢的速度响应曲线、加速度响应曲线和加加速度响应曲线。最后把这些曲线与电气调速曲线相迭加,即得轿厢垂直振动的动态响应。图 0.7 所示即为某电梯轿厢垂直加速度响应曲线。利用这条曲线可求出轿厢最大加速度、最大加加速度,将其与相关的行业标准,如 GB/T 13435-92 进行对照,即可对电梯的乘坐舒适性作出客观评价,结合模型分析进一步可为电梯垂直方向的动态性能优化设计提供客观依据。

§ 0.2 系统建模分析中的基本问题

从上述几个实例可以看出,数学模型是解决实际问题的关键,系统的数学模型既可以通过理论分析得到,也可以通过实验测试得到,得到系统的数学模型之后,就可以根据该模型对系统中我们关注的动态参数和动态特性进行分析,进而解决我们感兴趣的问题。这里面涉及两个方面的问题:一是如何得到系统的数学模型,

即系统建模问题;二是如何利用系统数学模型分析系统动态特性,即系统动态分析问题。

本书以机械系统为研究对象,紧紧围绕上述两个问题展开研究讨论。系统建模与分析这两个方面相辅相成:建模得到的系统模型可以为系统的动态分析服务;而动态分析反过来也可以为系统的模型确立和改进提供要求和依据。

在进一步明确本书的内容体系之前,本节先简要讨论数学模型、系统建模、理论建模、实验建模、动态特性、动态分析等几个重要的基本概念。

0.2.1 数学模型

模型这个名词的含义很广,其中最为人所熟悉的是相似模型,如各种飞行器、车辆、舰船、桥梁的微缩结构模型、风洞模型和遥控模型等,它们的原型尺寸都很大或结构很复杂,采用缩比或简化的相似模型,即可能获得所需的试验结果,或使实验变得容易进行。

然而,这里要讨论的是另一类模型,即数学模型。所谓数学模型是指描述实际系统的数学式子。数学模型是联系系统输入和输出的桥梁。为了研究某些结构、机械系统问题,常采用数学模型来代表实际系统,然后利用这个数学模型来分析、计算实际系统的各种近似特性^[4]。

数学模型是我们对实际问题进行理论求解、分析和研究的基础,它模拟的是我们所研究的客观事物的相关属性,因此,它应当具有我们关心和需要的研究对象的主要特性,换言之,数学模型的建立必须符合实际情况。反之,若建立的数学模型本身与实际问题相差甚远,那么,不论在后续的理论分析中采用多么巧妙的数学处理,所得到的结果都必定会与实际情况不符。因此,建立一个准确的数学模型是解决实际问题的关键^[5]。

描述系统动态特征的数学模型的形式有多种,且根据不同的属性有多种分类方式,比如参数与非参数模型。参数模型通常形如一个表达式,如微分方程、差分方程、传递函数和状态方程等;而非参数模型则往往是条曲线,如脉冲响应、幅频特性和相频特性等;再比如连续系统与离散系统模型,顾名思义,连续系统模型取值连续,如微分方程、传递函数和状态方程等就可用来描述连续系统,而差分方程、离散传递函数和离散状态方程等则用来描述离散系统;此外还有线性与非线性模型,确定性与随机模型等等。不同的动态模型各有特点。某些动态模型之间可以相互转换,如微分方程经拉普拉斯变换,可转化成传递函数,再经双线性变换则可转化成差分方程。有些模型之间存在本质的区别,如线性与非线性模型,叠加原理适用于线性系统,却不适用于非线性系统^[6]。

0.2.2 系统建模方法

系统建模方法可以分为两大类:理论建模法(机理分析法)和实验建模法(系统辨识法、统计分析法)。

0.2.2.1 理论建模法

理论建模法是指人们根据客观事物的特性,分析其内部的机理,依据力学、电磁学、热力学和化学等基本理论,弄清其因果关系,再在适当的简化假设下,对被测系统原理进行分析和抽象,利用合适的数学工具(如微分方程、拉普拉斯变换、传递函数、频率响应函数和时域的响应曲线等)得到描述事物特征的数学模型。

理论建模法的特点是:推导过程清晰,所得解析表达式反映了系统输入、输出和参数之间的关系;适用于结构和原理较简单的系统或子系统;对复杂系统进行理论建模时,一般先要对实际情况作较大简化,因此所得结果往往与实测结果差异较大^[5,6]。

理论建模的一般步骤如图 0.8 所示^[5]。

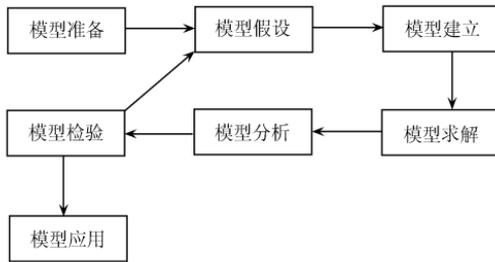


图 0.8 系统理论建模的一般步骤和过程

1. 建模准备

包括了解建模对象系统的工程背景,明确建立模型的目的,掌握对象的各種信息,弄清对象的特征等等,这一步往往需要大量查阅资料,请教专家,以便对建模对象有透彻的了解。

2. 模型假设

根据对象特性和建模目的,对问题进行必要的简化,并且用精确的语言作出假设,是建立模型的第二步,也是关键的一步。有时,假设做得过于详细,试图把工程实际中的各个因素都考虑进去,可能很难继续下一步的工作。因此,要善于辨别问题的主要和次要方面,抓住主要因素,尽量将问题的次要方面进行简化。

3. 建立模型

根据模型假设,利用适当的数学工具,建立各个变量之间的等式或不等式关系,列出表格;画出图形或确定其他数学结构,是建立数学模型的第三步。为了完成

这项主体工作,建模者通常需要具有比较全面的应用数学知识,除了微积分、微分方程、线性代数及概率统计等基础知识外,还可能用到诸如规划论、排队论、图与网络及对策论等专业知识。总而言之,任何一个数学分支都可能应用到建模过程中。当然,这并非要求建模者精通数学的所有分支。事实上建模时还有一个原则,即尽量采用简单的数学工具以便能够使更多的人了解和使用所建立的数学模型。

4. 模型求解

对已建立的数学模型进行求解,包括解方程、画图形、证明定理以及逻辑运算等。

5. 模型分析

对所求得的模型结果进行数学上的分析。有时是根据问题的性质,分析各变量之间的依赖关系或稳定性态;有时是根据所得结果给出数学上的预测;有时则是给出数学上的最优决策或控制。

6. 模型检验

这一步是把模型分析的结果“翻译”,或者说返回到所研究的实际问题中。用实际现象、数据等检验模型的合理性和适用性。显然这一步对于模型的成败也是非常重要,并且是必不可少的。

如果检验结果不符合或不完全符合实际情况,那么就必须修改、补充假设,重新建模,即重复上述步骤。直到检验结果有幸与实际情况相符,则可进行最后的工作——模型应用。

0.2.2.2 实验建模法

当一时得不到事物准确的内在机理和特征时,可以通过实验测试的方法得到系统的输入输出数据,再利用数理统计等理论和方法对测量得到的数据进行处理,从而得到系统的最终数学模型^[5]。上述过程即为实验建模法的基本内涵,该方法是把被测系统看作一个“黑箱”,仅仅根据其外部特性来建模。

实验建模法有如下特点:需要数据采集、记录设备;需要合适的激励信号;所设计的实验要求简单、易行;得到的实验模型要能充分反映被测系统的动态特性。通常,实验模型本身并不直接反映被测系统的结构和原理,然而却便于与实验结果对照,相对理论建模法而言更加准确、可靠。

实验建模可以在时域、频域和时频联合域中进行。在时域中,可以用系统辨识法、沃尔什变换法等建立参数形式的动态模型。在频域中,可以用快速傅里叶变换、时间序列法求频率特性曲线。而用小波分析法则可得到时频模型^[6]。

这里涉及一个重要概念——系统辨识。所谓系统辨识是研究建立数学模型的一种技术,是实验建模的一种手段。根据系统建模的条件和目的,系统辨识的定义各有不同。1962年,L. A. Zadeh 在早期曾给辨识下过这样的定义:“辨识就是在输入和输出数据的基础上,从一组给定的模型中,确定一个与所测系统等价的模型。”

该定义明确了辨识的三大要素:①输入、输出数据;②模型类;③等价准则。其中数据是辨识的基础,准则是辨识的优化目标,模型类是寻找模型的范围。按照 Zadeh 的定义,寻找一个与实际过程完全等价的模型无疑是困难的,从实用观点看,对数学模型的要求并非如此苛刻。P. Eykhoff 给辨识下的定义是:“辨识问题可以归结为用一个模型表示客观系统(或将要构造的系统)本质特征的一种演示,并用这个模型把对客观系统的理解表示成有用的形式。”这个定义强调了一个非常重要的概念,最终的模型只应表示动态系统的本质特征,并且把它表示成适当的形式,而不一定是该系统实际结构的一个描述,而这个适当的形式可以是概念的、物理的或数学的。这个定义强调了适合于应用的特点^[7]。

系统实验建模过程一般包括观测数据获取、数据检验、模型类型选择、模型参数辨识与估计、模型适用性检验等步骤^[7],对此本书第 8 章将作详细论述。

0.2.2.3 理论建模法与实验建模法的关系^[4]

理论建模和实验建模各有自己的优点,又各有自己的局限性。一般说来,实验建模可以弥补理论建模的不足,其数学模型比用理论建模获得的数学模型能更好地代表实际系统;但是,实验建模首先要求将设计的系统物化为模型或实物,方能进行实验建模。对于新设计的机械系统将理论建模和实验建模结合起来应用是一个比较理想的方法。例如,在初步设计阶段,系统结构尚未物化,此时依照某种动态优化设计方法,在计算机上可方便地获得所需的设计参数,采用理论建模更加方便。在验证设计阶段,设计的结构已做成模型或实物,这时,采用实验建模则是比较理想的方法。此前的理论建模的结果可以为实验建模提供参考指导;而实验建模的结果反过来则可以为理论建模提供改进依据。总之,理论建模与实验建模并不是完全相互无关、对立的两类建模方法,而是两条相辅相成、互为补充的建模途径。

一般而言,复杂机电设备的理论建模往往比较困难。相比之下,实验建模往往更加容易实现,可信度也更高,在只需建立系统的低阶近似模型时尤其如此。因此,目前实验建模仍然是复杂系统动态分析的主要途径。

0.2.3 系统动态分析

0.2.3.1 动态特性、动态分析的概念和内涵

为了使设备安全可靠地工作,其结构系统必须具有良好的静态、动态特性,为此,必须对机械产品和设备进行动态分析与动态设计,以满足机械结构静态、动态特性的要求^[4]。

什么是动态?系统分析中动态指的是系统(或机构)中的变量在达到稳态前的动作过程。这在实际的工程机构(或系统)中是普遍存在的。动态描述了实际的工作过程与状态变化;不同时刻点上各参量间的关系;以及各参量随时间是如何变化的^[8]。相对而言,系统分析中所谓的静态则指的是系统工作状态不变或只有非常缓

慢的变化,不需考虑各变量在不同时刻点上的关系如何,即时刻的变化可不作为影响系统其他变量的因素加以分析。

动态特性是指系统在随时间变化的输入量作用下的系统响应特性,反映的是系统的特有属性或状态信息。如前述压电加速度计的频率响应曲线,就在频域描述了其响应与激励(输入)之间的映射关系。动态特性与静态特性的区别是:动态特性中输入量与输出量的关系不是一个定值,而是时间的函数,它随输入信号的频率变化而变化。

系统的动态特性包括系统稳定性、瞬态响应(暂态响应)和稳态响应三个主要方面。

研究与计算系统动态特性的首要问题就是要确定系统的稳定性。系统的稳定性是系统本身的属性,由特征方程根的性质来决定。系统稳定的充要条件是:特征方程所有根的实部都为负值。这是判定系统是否能稳定工作的根据。在此基础上,可以导出一些其他的稳定判据,常用的有代数判据、幅相判据、对数判据^[4]。

当系统工况改变时,被控量的变化要经历两个过程,即瞬态(暂态)过程和稳态过程。在一定的输入信号作用下,瞬态过程中被控量的变化叫做瞬态响应,稳态过程中被控量的变化叫做稳态响应。

瞬态响应(暂态响应)特性是指系统在瞬变的非周期输入作用下的响应特性。瞬变的波形多种多样,一般只选择几种比较典型规则的波形,如阶跃、冲击和半正弦波等作为输入来对系统进行瞬态响应分析。

稳态响应特性是指系统在振幅稳定不变的简谐形式输入作用下的响应特性。由于工程上所遇到的各种稳态输入(如各种复杂的周期激励信号,平稳随机激励信号等)都可以通过傅里叶变换用一系列简谐函数的叠加来表示或拟合。因此,当我们一旦知道了某个系统对简谐形式输入时的响应特性,或稳态特性后,就可以借此估计出它对各种复杂稳态输入的响应了。

对系统动态特性的要求,综合起来就是要求系统具有良好的稳定性、稳态响应和瞬态响应。

系统的动态特性可以利用前面提到的各种数学模型来描述,比如用解析法表示的微分方程式、传递函数、频率特性等数学表达式;用实验测得的阶跃响应、脉冲响应、矩形脉冲响应、幅相特性等各种实测响应曲线;还有在现代控制论中,通常用状态方程、输入输出方程、随机模型等表示的系统动态特性^[10]。

动态性能指标是评价系统动态特性优劣的标准。与静态性能指标相比,动态性能指标较为复杂,一般分为时域和频域两大类。时域性能指标通常以系统对单位阶跃输入量的瞬态响应形式给出,并采用标准的初始条件,即系统最初处于静止状态,输入量和输出量对时间的各阶导数都等于零。阶跃输入对系统来说是最严峻的工作状态^[6],若系统在阶跃函数作用下,其动态特性能够满足要求,那么,在其他形

式的输入作用下,其动态特性也会是令人满意的。阶跃响应的时域性能指标主要有上升时间、峰值时间、过渡过程时间(又称调整时间)、超调量等。频域性能指标主要有幅值频率误差、相位频率误差、截止频率和通频带、谐振频率和固有频率等等^[6]。

0.2.3.2 动态分析的任务和作用

系统动态分析的基本目的是提取并研究系统通过各种形式表达出来的状态信息,并据此对系统的动态特性进行描述和评价。在机械工程领域中,功能各异的机电设备,其动态性能必须满足各种特定的要求。系统动态分析是对设备的动态性能进行评估的基础;系统动态分析的结果是对结构进行动力优化设计和实现最优控制的依据。

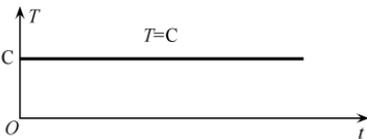


图 0.9 恒温炉温度变化曲线

以恒温炉的温度控制为例。如图 0.9 所示,要求恒温炉的温度 T 不随时间发生变化,这便是对恒温炉的动态性能提出的要求,此动态性能的数学模型非常简单,除了可用图 0.9 表示外,还可以用函数表达式 $T = C$ (C 为常数)来表示。如果温度发生波动,则要对加热器

实施控制使炉温稳定在额定值 C 。为此需要建立反映恒温炉加热冷却过程中炉温变化特性的数学模型,分析并掌握恒温炉加热冷却过程的动态特性,为实现优化控制提供依据。

系统动态分析的主要任务可概括为图 0.10 所示的框图。以机器状态监测与诊断为例,其核心就是对系统进行状态识别,即建立反映系统运动状态的数学模型,依据模型的特征参数判断系统的状态是否正常?对于非正常状态,可进一步作故障诊断分析,并以此为依据采取合理的控制或维修策略。

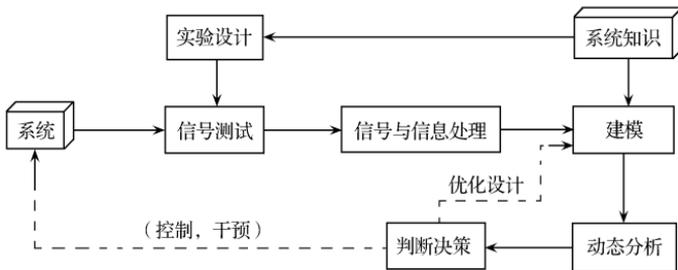


图 0.10 系统动态分析的基本任务

动态特性分析的主要研究内容包括:动态特性实验方法和实验动态性能指标的定义和计算、动态数学模型的表示、时域动态建模方法、频域分析方法、动态响应的计算机仿真、瞬态性能补偿方法、动态误差修正、动态解耦和实际工作特性的研

究等^[6]。简言之,系统动态分析的实质就是研究系统动态信息的提取和应用方法。

0.2.3.3 动态分析的方法和步骤

在动态分析中,研究动态过程一般可分为四个步骤^[8]:

(1) 动态数学模型的建立:动态数学模型与静态数学模型不同,静态数学模型是描述工作状态不变或缓慢变化的特性模型,而动态模型是描述运动过程中电、磁、热、机械力综合作用下的模型,通常用一组微分方程及初值条件来描述。即对满足工作性能要求的产品,或需要改进的产品进行动力学建模,并作动态特性分析。这是由物理到数学的步骤。

(2) 动态数学模型的求解:运用数值计算法借助计算机求解微分方程组,这是从数学模型到数学方程求解的步骤。

(3) 计算结果分析:通过与实测所得动态性能进行比较,验证数学模型的可信度与精确度,称之为从数学回到物理的步骤。

(4) 模型与分析方法的应用:利用前面三步得到的数学模型和分析方法,可以为产品的设计、验证、控制、维护等提供明确的决策依据,包括系统的动态特征及其影响因素,二者之间的内在联系以及变化规律。

0.2.4 建模与动态分析的应用

在工业领域,机械系统建模与动态分析显得日益重要。可以说,机械系统建模与动态分析就领域的覆盖面而言包括现代社会的众多领域,如能源、交通、航空、航天、冶金、化工等。从各个领域中的纵向来看,系统建模与动态分析在其各个阶段的应用如下:

- (1) 设计阶段:参数优化、动态特性、控制系统配置等。
- (2) 工业性试验阶段:理论校核、模型的验证与完善等。
- (3) 整个系统的调试阶段:用仿真来提供调整的数据,避免做大量、昂贵的有时甚至是不可能做的实验,以缩短调试过程,使设备及早投运。
- (4) 系统运行阶段:故障诊断、事故预报、预测性维修等。
- (5) 人员培训:各类不同的仿真培训装置。
- (6) 其他阶段。

随着人们对物理过程理解的不断深入和计算机软件、硬件的发展,系统建模与动态分析技术必将不断地细化和深化,并在上述领域中发挥更大的作用^[15]。

§ 0.3 系统建模分析理论与技术的发展状况

0.3.1 系统建模分析理论与技术的发展状况

系统建模与动态分析是基于系统论、信息论、控制论的观点和方法发展起来的

新兴学科,所涉及的知识面很宽,如数学分析、信号与信息处理、系统辨识、模式识别以及计算机应用等等,体现了现代工程研究中各学科相互依存、相互渗透、相互交叉、相互促进的特点。

20世纪80年代之前,机械系统理论模型和实验模型的发展过程彼此相对独立,大多只是用实验得到的数据来验证或校核由计算模型得到的结果,而理论模型往往只能针对较简单的系统进行演示和验证,不能真正用于工程实践当中。20世纪80年代之后,特别是90年代以来,随着计算机技术的进步和一些基础理论的进展,诸如机械系统有限元建模、大型机械结构实验模态分析方法建模等机械系统的理论建模、实验建模和计算机辅助混合建模的方法和技术都逐步走向实用,并相继在航空、航天、航海、建筑等工业领域得到了成功的应用。

系统动态分析的方法发展至今通常划分为经典和现代两大类。其中,经典方法主要针对线性时不变系统或稳态过程在时域或变换域(如频域、拉普拉斯域和Z域)中进行分析,最常用的有时域和频域的统计分析和参数建模分析,如时域波形幅值的各阶矩估计、相关分析与FFT谱估计、时序建模分析和参数谱估计等。此外,针对机械系统中的特殊工况还提出了一些特殊的变换域分析法,如阶比分析、全息谱分析和高阶谱分析等。但是,由于经典方法的研究对象主要限于线性时不变系统和稳态过程,故其应用存在一定的局限性。20世纪90年代后,以时频联合域分析方法(简称时频分析)为代表的现代系统分析方法发展很快,这类方法所关注的研究对象主要是瞬态过程和时变系统。其中有代表性的方法有短时傅里叶变换、小波分析、威格纳-维利分布和时频分布级数等。时频分析的最大好处是能清晰地描述一个过程在任意时刻的频率结构。

目前,国内外学者正致力于采用神经网络、分形几何、遗传算法、模糊数学、混沌理论等最新理论成果解决非线性系统的状态描述和模式识别问题,并已相继在一些特殊的工程课题中取得了应用研究成果,但比较系统、完整的非线性系统动态分析理论尚有待形成。

0.3.2 “机械系统建模分析”与相关学科的关系

随着计算机及其应用的迅速发展,在研究、实现的手段和工具上,在所研究对象的扩展上,机械系统建模和动态分析已成为一门多学科横向交叉、渗透、集成的新学科,它至少是以下学科的综合:

- (1) 机械设计理论、机械电子工程;
- (2) 机器人、车辆工程;
- (3) 动态数据测试、统计分析方法;
- (4) 控制理论及其应用、信息理论与方法;
- (5) 计算机软硬件及其应用;

- (6) 优化理论、方法和实践;
- (7) 可靠性理论与方法、故障诊断;
- (8) 转子动力学、结构力学;
- (9) 材料科学、环境科学;

.....

事实上,以上各学科本身也在不断地与其他学科相互交叉、渗透。

0.3.3 系统建模分析的软件工具

在进行系统分析、综合与设计的过程中,人们除了运用理论知识对系统进行理论上的分析计算以外,常要对系统的特性进行实验研究。实验研究一般有两种:一种是在实际系统上进行;另一种则是计算机仿真。前者由于受到安全性和经济性等方面的条件限制,往往不易实施,因此后者更易受到研究者的青睐。仿真就是将一个近似描述实际系统的数学模型进行二次建模变成一个仿真模型,然后将它放到计算机上运行的过程^[11]。显而易见,应用仿真技术对系统进行建模分析有利于节约研制费用、缩短研制周期、提高产品竞争能力。

目前,机械系统建模与动态分析的商业仿真软件较多,比较著名的如 Matlab/Simulink、Saber、MSC/Nastran、ANSYS 等,这些商业软件分工较细,已经在各个相关行业得到了大量卓有成效的应用,发挥了很好的作用。其中 Matlab 是一种用于科学计算与分析,以及控制系统辅助设计的编程语言和软件工具。Matlab 中提供了众多的工具箱,功能强大,使用方便,在国内外工程和学术界的应用日益普及。因此,我们建议读者将 Matlab 作为本书习题的主要解题手段,从而可大大提高学习效率。

本书第 15 章将对 Matlab 中的 Simulink 系统建模、仿真和分析软件包以及机电一体化系统分析软件 Saber 和以有限元法为基础的结构分析软件 MSC/Nastran 等的基本情况进行详细介绍。

§ 0.4 本书内容及章节安排

0.4.1 本书内容

本着从工程实际出发的原则,本书系统阐述进行机械系统建模与动态分析必备的理论和应用技术基础知识。其中,对于动态过程(信号)分析,着重强调如何利用特定的处理方法达到提取系统状态信息的目的;对于系统模型,着重强调如何针对特定的研究对象建模以达到分析的目的。

图 0.11 对本书的内容、体系进行了简要示意,其中黑框部分是本书的内容,没

有黑框的部分(其他建模与动态分析方法)不属于本书内容。

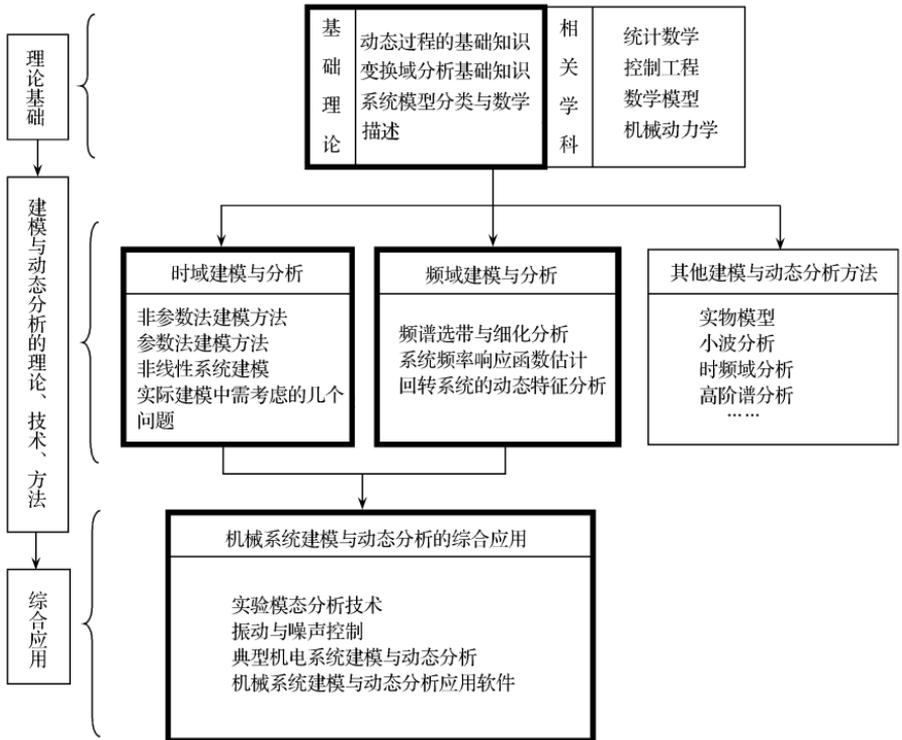


图 0.11 本书内容体系示意图

0.4.2 本书章节安排

全书总共四篇 15 章,分成基础理论篇、时域建模与分析篇、频域建模与分析篇和综合应用篇。

基础理论篇(第 1~ 4 章)主要阐述动态过程分析,随机过程及其统计特征的估计;变换域分析,包括常用的傅里叶变换、拉普拉斯变换、Z 变换等变换域方法;线性系统数学模型及其分类,包括线性连续、线性离散时间系统的确定性数学模型、状态微分方程、状态差分方程等线性系统的数学模型;动力学分析建模,包括有限元分析建模等机械结构基本建模方法。上述理论和技术应用研究比较成熟,因此在工程应用中占据主导地位,也是全书的理论基础。

时域建模与分析篇(第 5~ 8 章)主要阐述时域内常用的机械系统建模方法,主要包括阶跃响应法、脉冲响应法、相关分析法等非参数建模方法;最小二乘类、极大

似然类、时间序列分析等参数建模方法;神经网络、模糊理论等非线性系统建模方法;以及建模方法的实际应用中需考虑的问题。本篇既包含经典的时域建模和分析方法,也包含一些该领域最新发展的非线性系统建模方法的介绍;不仅有理论方法的介绍,也有应用实例分析,希望既能给读者一个清楚的理论思路,也可以使读者灵活地进行应用分析。

频域建模与分析篇(第9~11章)主要包含频谱分析中的选带与细化分析技术、系统频率响应函数估计与分析、回转机械系统动态特征分析等内容。频域建模与动态分析是工程实际中应用最为广泛的方法集合之一,相关的理论与实用技术研究丰富多彩,其中不少方法,如FT-FFT 频谱选带细化技术、阶比分析和全息谱分析技术的思路都非常巧妙,通过对经典理论的灵活运用来解决工程实际中遇到的难题,且成效显著。

综合应用篇(第12~15章)分专题介绍系统建模与动态分析的综合应用。主要有机械结构实验模态分析,振动与噪声控制,典型机电系统的建模与动态分析,动态分析与仿真软件 Simulink、机电系统建模与仿真软件 Saber、动力学分析软件 MSC 等应用软件简介。综合应用专题的介绍将使读者对本书内容在机械工程中的作用有更清晰的认识,同时也是为使读者日后顺利进入相关领域课题的研究起一个承上启下的作用。

作为教材,本书着重讲述分析方法的基本概念及其物理意义,并给出必要的计算和应用实例,以便读者深刻理解。同时,为了满足读者更深入研究的需要,各章末尾都附有相关的参考文献索引,以方便读者按图索骥,获得更多、更详细的相关信息。

习 题

1. 分析机械系统动态特性的方法有哪些,各有什么特点?
2. 什么是机械系统的动态特性,在时域、频域中都有哪些反映机械系统动态特性的参数指标?试举例说明。
3. 系统辨识的基本内涵是什么,实施过程分哪几个步骤?
4. 系统动态分析研究的主要任务包括哪些方面?

参 考 文 献

- 1 蔡常丰. 数学模型建模分析. 北京:科学出版社,1995
- 2 程珩. 液压阀的实验建模方法. 振动测试与诊断,2000,20(3):218~ 221
- 3 金卫清,张惠侨. 电梯机械系统动态特性的建模分析. 机械设计与研究,1999,(3):53~ 55
- 4 陈新等. 机械结构动态设计理论方法及应用. 北京:机械工业出版社,1997
- 5 沈继红,施久玉,高振滨,张晓威. 数学建模. 哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,1996
- 6 徐科军. 传感器动态特性的实用研究方法. 合肥:中国科学技术大学出版社,1992

- 7 吴旭光,徐德民.水下自主航行器动力学模型——建模和参数估计.西安:西北工业大学出版社,1998
- 8 费鸿俊,张冠生.电磁机构动态分析与计算.北京:机械工业出版社,1993
- 9 陈启智.液体火箭发动机控制与动态特性理论.长沙:国防科技大学出版社,1993
- 10 潘立登.化工对象动态特性测试方法.北京:化学工业出版社,1989
- 11 聂春燕. Matlab Simulink 在动态系统仿真中的应用.长春大学学报,2001,(01)
- 12 简清华,杨高波.基于 Matlab simulink 的仿真方法研究.工业仪表与自动化装置,2001,(04)
- 13 胡政,温熙森.机电一体化系统建模与仿真方法.机电工程,1998,(02)
- 14 蒙上阳,唐国金,雷勇军. MSC NASTRAN 软件在复杂结构力学特性分析中的应用.广西科学,2002,(01)
- 15 倪维斗,徐向东.热动力系统建模与控制的若干问题.北京:科学出版社,1996
- 16 温熙森,陈循,唐丙阳.机械系统动态分析理论与应用.长沙:国防科技大学出版社,1998

基础理论篇

基础理论篇主要阐述稳态过程分析、变换域分析、线性系统建模与分析、系统动力学建模分析的基本概念和基础知识,这些理论和技术的应用研究比较系统和成熟,在工程应用中占主导地位,也是全书的理论基础。

第 1 章 动态过程的基础知识

动态过程与机械系统是本书的研究对象。为使读者对动态过程的基本概念有较全面的了解,本章首先对动态过程的基础知识,包括各种分类、定义、性质、统计特征估计等内容进行简要地介绍和归纳。

动态过程在工程实际中通常表现为形态各异的信号,它们可能是实验测量的物理信号,如机械系统中的各种电、力、声、振信号;也可能是反映系统或过程特征信息的其他历史记录,如对机床刀具或传动齿轮磨损量的定期检测数据。

对于不同的分析目的和分析方法,动态过程有多种分类方式。本章按照过程的波形是否具有确定性先分别介绍确定性过程和随机过程;然后重点介绍随机过程常用的统计特征及其估计方法;最后介绍其他几种常见的过程分类方式。

§ 1.1 确定性过程

所谓确定性过程,是指其波形(时间历程)沿时轴的变化能够用确定的数学表达式进行描述。如自由落体运动的速度变化、机械系统中转子运动不平衡时产生的振动信号等都是具有明确规律性的确定性过程。

确定性过程通常根据其波形是否具有周期性又被分为周期性过程和非周期性过程两大类。图 1.1 所示为确定性过程所属各类过程的关系图。

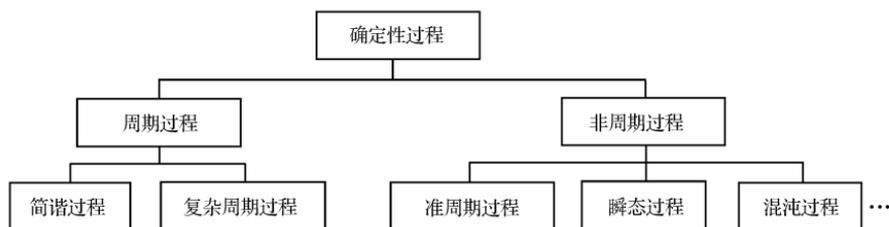


图 1.1 各种确定性过程关系图

1.1.1 周期过程

波形按一定时间间隔周而复始且无始无终的过程称为周期过程,其数学描述为

$$x(t) = x(t + nT_1) \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.1)$$

满足上式的最小 T_1 称为过程的周期。例如,回转体不平衡引起的振动信号,便是一种典型的周期性过程。

1.1.1.1 简谐过程

简谐过程是最简单的周期过程,其表达式为

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (1.2)$$

式中, A 为幅值; $\omega = 2\pi f$ 为角频率; φ 为初始相位。

1.1.1.2 复杂周期过程

由频率之比为有理数的多个简谐过程叠加而成的周期过程称为复杂周期过程。如图 1.2 所示的周期矩形波信号,即是由许多具有不同幅值和相位的简谐信号叠加而成的。在复杂周期过程中, ω_1 称为基频,其他简谐分量的频率都与 ω_1 呈倍数关系。复杂周期过程的周期 $T_1 = 2\pi/\omega_1$ 。

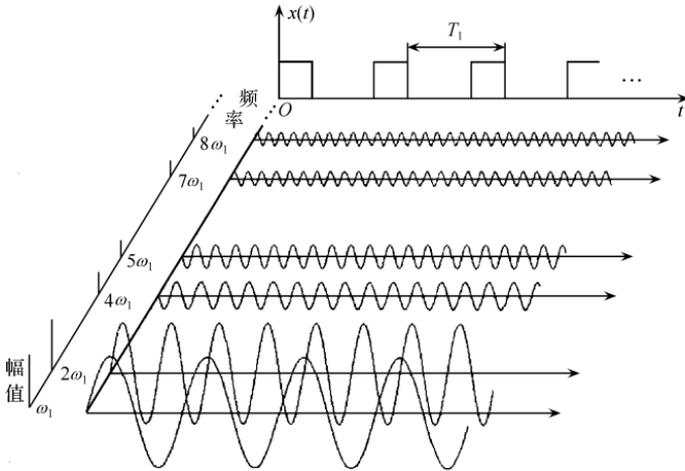


图 1.2 复杂周期过程

值得一提的是,在通信系统、振动环境模拟中常用的伪随机信号,从某一时段看,其波形好像没有规律,但经一定的周期之后,波形会严格复现。因此,伪随机信号实际上是一种复杂周期过程。

1.1.2 非周期过程

顾名思义,非周期过程不具有周期性。

1.1.2.1 准周期过程

准周期过程的特点是,虽然其也是由若干简谐分量叠加而成,但这些简谐分量中至少有一个分量与另一个分量的频率之比为无理数(不是公倍数关系),因此分

量合成的结果不满足(1.1)式的周期性条件。这种过程往往出现于通信、振动系统。例如,不同独立振源引起的系统响应,通常就属于准周期过程。

1.1.2.2 瞬态过程

瞬态过程的特点是幅值衰减很快,如锤击、爆炸冲击振动等过程。图1.3所示为锤击后质量块作有阻尼的自由振动,即属于这类过程。

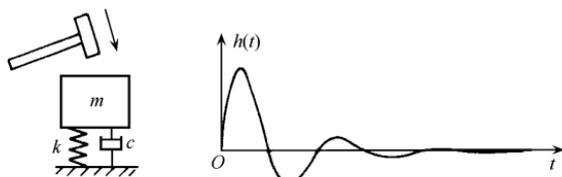


图 1.3 有阻尼的冲击振动过程

1.1.2.3 混沌过程

非周期过程中大量存在的是波形只能用非线性方程表达的所谓非线性过程,如近年来为工程及学术界所广泛关注的混沌过程即属于这类非周期过程,混沌过程是一种貌似随机但却严格遵循某种特定规律产生的过程,其特性体现了无序中蕴含着有序的哲学思想^[1]。混沌过程广泛存在于机械系统的各种工况测试信号^[2]当中,对其进行深入探索可望为研究复杂机械系统或过程的动态特征,特别是机械系统早期故障特征等问题提供新的思路。

应当指出的是,实际的物理过程往往很复杂,纯粹的确定性过程非常少见,由于各种环境因素的影响,总是会或多或少地掺杂着随机成分。

§ 1.2 随机过程

随机过程又称非确定性过程,这类过程的波形具有不确定性,幅值和相位变化不可预知,因此不能用确定的数学表达式进行描述,只能通过统计分析方法得到过程的整体统计特征,如均值、方差、自相关、功率谱等等。

1.2.1 随机过程的数学描述

随机过程的单个时间历程称为样本函数。在有限时间区间上观测得到的样本函数称为样本记录。随机过程可能产生的全部样本函数的集合(总体)定义为随机过程(如图1.4所示):

$$\{x_k(t)\} = \{x_1(t), x_2(t), \dots\} \quad -\infty < t < +\infty, k = 1, 2, \dots$$

式中, $x_k(t)$ 表示第 k 个样本函数。

随机过程除了用样本函数的集合来定义外,还可以用随机变量 $X(t)$ 来定义。

如图 1.4 所示,对于某个时刻 t_1 , $\{x_k(t_1)\}$ 是一个随机变量,工程上称之为随机过程在 $t = t_1$ 时刻的状态。

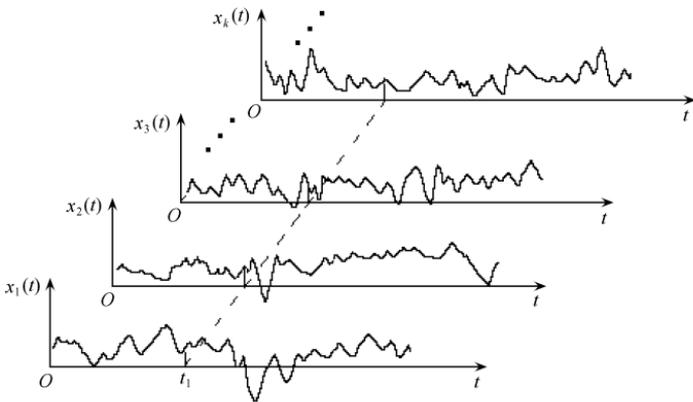


图 1.4 随机过程的样本函数集合

由此可以给出随机过程的另一种定义:

如果对于任意一个时刻 $t_n \in T$, $\{x_k(t_n)\}$ 都是随机变量,那么 $\{x_k(t)\}$ 是一个随机过程,这里

$$\{x_k(t)\} = (\{x_1(t_1)\}, \{x_2(t_2)\}, \dots, \{x_k(t_n)\}) \quad k = 1, 2, \dots$$

或记作

$$X(t) = (x(t_1), x(t_2), \dots, \{x(t_n)\}) \quad n = 1, 2, \dots$$

即用一族随机变量系来表示随机过程,因此,随机过程与随机变量也可以分别用 $X(t)$ 、 $x(t)$ 来表示。

不难理解,上述两种随机过程的定义本质上相同,只是形式不同而已。在随机过程的理论分析中,一般采用随机变量定义。而在工程测试中,一般采用样本函数定义。

1.2.2 随机过程的统计特征

尽管随机过程在任一时刻的状态是随机变量,但不同的随机过程都具有各自的特性,如汽车分别在碎石路和柏油路上行驶产生的振动信号,机床加工过程中工况不变和变化时产生的噪声信号整体上而言存在一定的差异,如在振幅和振动频率方面存在的特色和差异。

我们可以利用统计方法来描述随机过程的特征。随机过程的统计特征包括各种总体数字特征值(如均值、方差)和统计函数(如相关函数、功率谱密度函数、幅值分布函数)。

1.2.2.1 数字统计特征

工程实际中经常借助随机过程中便于测量和运算的数字特征来描述其总体特

征。

以下,列举一些常见的随机变量数字特征。

1. 均值(一阶矩)

随机过程 $X(t)$ 的均值定义为

$$\mu_x(t) = E[X(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_1(x, t) dx \quad (1.3a)$$

式中 $f_1(x, t)$ 是 $X(t)$ 的一维概率密度函数。由(1.3a)式可见,所谓均值就是随机过程 $X(t)$ 的所有样本函数在时刻 t 的函数值的平均,即

$$\mu_x(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k(t) \quad (1.3b)$$

以上两种均值定义算法的结果一致。

按某一时刻 t 求随机变量的均值,通常称为集合平均或总体平均。一般而言, $\mu_x(t)$ 是时间的函数,表示随机过程 $X(t)$ 在各个时刻的摆动中心。

2. 均方值(二阶原点矩)

$$\psi_x^2(t) = E[X^2(t)] \quad (1.4)$$

用来描述信号的能量或强度。

3. 方差(二阶中心矩)

$$\sigma_x^2(t) = E\{[X(t) - \mu_x(t)]^2\} \quad (1.5)$$

用来描述信号的离散程度。

1.2.2.2 相关函数与功率谱密度函数

1. 自相关函数(二阶原点混合矩)

$$R_{xx}(t_1, t_2) = E[X(t_1)X(t_2)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 f_2(x_1, x_2, t_1, t_2) dx_1 dx_2 \quad (1.6)$$

式中, $X(t_1)$, $X(t_2)$ 是随机过程 $X(t)$ 在任意两个时刻 t_1 , t_2 时的状态。 $R_{xx}(t_1, t_2)$ 用来描述同一随机过程在两个不同时刻状态之间的联系(相关程度),通常简记为 $R_x(t_1, t_2)$ 。

2. 自协方差函数(二阶中心混合矩)

$$C_{xx}(t_1, t_2) = E\{[X(t_1) - \mu_x(t_1)][X(t_2) - \mu_x(t_2)]\} \quad (1.7)$$

$C_{xx}(t_1, t_2)$ 也可简写为 $C_x(t_1, t_2)$ 。 $R_x(t_1, t_2)$ 和 $C_x(t_1, t_2)$ 描述了随机过程本身两个不同时刻状态之间的线性依赖关系。

上述五个统计特征之间存在一定的关系。

由(1.7)式可得

$$\begin{aligned} C_x(t_1, t_2) &= E[X(t_1)X(t_2) - \mu_x(t_2)X(t_1) - \mu_x(t_1)X(t_2) + \mu_x(t_1)\mu_x(t_2)] \\ &= E[X(t_1)X(t_2)] - E[\mu_x(t_2)X(t_1)] - E[\mu_x(t_1)X(t_2)] + E[\mu_x(t_1)\mu_x(t_2)] \\ &= R_x(t_1, t_2) - \mu_x(t_1)\mu_x(t_2) \end{aligned} \quad (1.8)$$