

自动控制原理习题集

第二版

胡寿松 主编

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书为《自动控制原理》(第四版)一书的学习指导性配套用书。书中不但精辟地总结了自动控制理论的主要内容,列举了各种典型例题的求解方法,组织了丰富的各类习题,而且列选了有代表性的硕士研究生入学试题及详细解答。书末附有习题参考答案。

全书共编入例题 231 道,习题 417 道,水平测试题 142 道,考研全真试题及解答 210 道,共计 1000 道题。

本书可作为控制理论手册、解题指南、题库及报考研究生必读参考书,亦可作为自动控制、工业自动化、电气自动化、仪表及测试、机械、动力等专业的辅助教材。

图书在版编目(CIP)数据

自动控制原理习题集/胡寿松主编. - 2 版. - 北京:科学出版社,2003
ISBN 7-03-011111-7

I. 自… II. 胡… III. 自动控制理论-习题 IV. TP13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 047363 号

责任编辑:李淑兰 马长芳/责任校对:柏连海
责任印制:张克忠/封面设计:高海英

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮 政 编 码 :100717

<http://www.sciencep.com>

印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

1990 年 10 月 第 一 版 开本:787×1092 1/16

2003 年 8 月 第 二 版 印张:46 3/4

2006 年 5 月 第 11 次印刷 字数:1 095 000

印数:41 001-44 000

定 价 :58.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

第二版前言

本书是与胡寿松主编的《自动控制原理》(第四版)(科学出版社,2001)相配套的学习指导性教学用书。为了满足广大读者学习和掌握自动控制技术的需求,我们对1990年出版的《自动控制原理习题集》进行了全面修订,力图通过对基本控制理论的提要性归纳、各种典型题例的讨论以及题库的建立,帮助读者正确理解和掌握自动控制理论的基本方法和应用,达到巩固基础、提高能力的目的。近年来,许多大学毕业生有志于进一步深造,报考了硕士研究生,但都苦于缺乏指导性学习材料。为此,我们精选了全国若干所进入“211工程”重点大学近数年的硕士研究生“自动控制原理”入学试题,并作了精心的解答,作为本书内容的一部分。这一举措,在全国范围内,当属首次。

本书体系和符号与《自动控制原理》(第四版)一书相一致。各章结构基本相同,计有基本理论,例题和解答,习题,水平测试题和考研全真导引试题及解答五部分。基本理论部分力求围绕教材的中心内容,简明扼要,重点突出,主要公式及图表齐全,便于查阅,起到了控制理论手册的作用;例题和解答部分比较详尽地分析和讨论了各种典型题例的求解方法,内容丰富,注重解题思路和一题多解,并有一定数量的综合运用题和讨论题,可以帮助读者扩大知识面;习题部分内容开阔,便于选用,起到题库作用,书末附有参考答案;水平测试题多注重技巧性,有助于读者自我检查对控制理论掌握的深度;考研全真导引则注重典型性、技巧性、综合性及逻辑性,属于一种实战性训练与提高。

我们相信,通过学习本书,读者一定会在定性分析能力,定量计算能力,综合运用能力,数、形结合能力等方面得到极大提高。

本书由胡寿松教授主编,参加编撰工作的还有:李言俊教授、吴庆宪教授、沈程智教授以及刘亚博士。在本书编写过程中,得到了夏良正、吴晓蓓、王执铨、王永、赵平、陈兴盛、王凤茹、刘春生、丁勇、朱其新、侯霞、徐德友、肖迪、沈英、马苏等的支持和帮助,在此深致谢忱。

对于本版中存在的错误和不妥之处,恳请广大读者继续不吝指正。

胡寿松

2002年8月

目 录

第二版前言

第一章 自动控制的一般概念	1
1-1 自动控制与自动控制系统	1
1-2 自动控制方式	1
1-3 控制系统类型	3
例题和解答	3
习题	8
第二章 控制系统的数学模型	14
2-1 数学模型	14
2-2 线性系统的微分方程与传递函数	15
2-3 结构图与信号流图	19
2-4 控制系统的传递函数	21
例题和解答	23
习题	56
水平测试题	66
考研全真导引	70
第三章 时域分析法	84
3-1 基本概念	84
3-2 稳定性分析	86
3-3 稳态误差计算	90
3-4 动态性能计算	94
例题和解答	101
习题	132
水平测试题	141
考研全真导引	146
第四章 根轨迹法	168
4-1 根轨迹方程	168
4-2 绘制根轨迹的基本法则	170
4-3 参数根轨迹和根轨迹簇	172
4-4 延迟系统根轨迹的绘制	173
4-5 系统性能的分析 and 估算	175
例题和解答	177
习题	190

水平测试题	198
考研全真导引	199
第五章 频率响应法	230
5-1 频率特性	230
5-2 典型环节的频率特性	232
5-3 开环频率特性曲线的绘制	236
5-4 频率域的稳定性判据	239
5-5 频率域性能指标	242
5-6 闭环频率特性	243
例题和解答	245
习题	264
水平测试题	276
考研全真导引	280
第六章 线性系统的校正方法	316
6-1 引言	316
6-2 系统校正装置的分析法设计	320
6-3 系统校正装置的综合法设计	323
6-4 复合控制校正	327
例题和解答	328
习题	338
水平测试题	343
考研全真导引	345
第七章 非线性系统理论	367
7-1 非线性系统的一般概念	367
7-2 相平面法基础	370
7-3 非线性系统的相平面分析	378
7-4 描述函数法基础	380
7-5 非线性系统的描述函数法分析	383
例题和解答	386
习题	406
水平测试题	411
考研全真导引	413
第八章 采样系统理论	445
8-1 引论	445
8-2 采样系统的 z 变换	446
8-3 差分与差分方程	449
8-4 脉冲传递函数	450
8-5 采样系统的分析	454

8-6 采样系统的综合	458
例题和解答	461
习题	482
水平测试题	488
考研全真导引	491
第九章 线性系统理论	514
9-1 系统数学描述中的常用基本概念	514
9-2 线性系统的可控性与可观测性	521
9-3 线性定常系统的线性变换	525
9-4 线性定常系统的反馈控制及状态观测器	531
9-5 稳定性理论	535
例题和解答	543
习题	574
水平测试题	582
考研全真导引	585
第十章 最优控制理论	622
10-1 引言	622
10-2 最优控制中的变分法	624
10-3 极小值原理及其应用	632
10-4 线性调节器与跟踪器	639
10-5 离散系统的最优控制	643
10-6 动态规划法	645
例题和解答	648
习题	675
水平测试题	683
部分习题参考答案	687
参考文献	738

第一章 自动控制的一般概念

1-1 自动控制与自动控制系统

自动控制 利用控制装置自动地操纵机器设备或生产过程,使其具有希望的状态或性能。

自动控制系统 能够实现自动控制任务的系统,由控制器与控制对象所组成。

控制对象 要求实现自动控制的机器、设备或生产过程。

控制器 对控制对象起控制作用的控制装置总体。

输出量 位于控制系统输出端,并要求实现自动控制的物理量。

输入量 作用于控制系统输入端,并可使系统具有预定功能或预定输出的物理量。

扰动 破坏系统输入量和输出量之间预定规律的信号。

1-2 自动控制方式

开环控制 开环控制是指控制器与控制对象之间只有顺向作用而没有反向联系的控制过程。它可分为按给定值操纵和按扰动补偿两种形式。

(1) 按给定值操纵。原理方框图如图 1-1 所示。信号由给定值至输出量单向传递。一定的给定值对应一定的输出量。系统的控制精度取决于系统事先的调整精度,对工作过程中受到的扰动或特性参数的变化无法自动补偿。结构简单,成本低,多用于系统结构参数稳定和扰动信号较弱的场合。如:自动售货机,自动报警器,自动化流水线及自动洗衣机等。

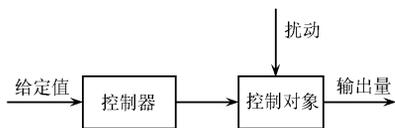


图 1-1 按给定值操纵的开环控制原理方框图

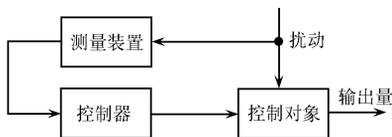


图 1-2 按扰动补偿的开环控制原理方框图

(2) 按扰动补偿。原理方框图如图 1-2 所示。这种控制方式的原理是:利用对扰动信号的测量产生控制作用,以补偿扰动对输出量的影响。由于扰动信号经测量装置、控制器至对象的输出量是单向传递的,故属于开环控制方式。对于不可测扰动以及对象及功能部件内部参数变化给输出量造成的影响,系统自身无法克服。因此,控制精度有限,常用于工作机械的恒速控制(如稳定刀具转速)以及电源系统的稳压、稳频控制。

闭环控制 又称反馈控制。指控制器与控制对象之间既有顺向作用又有反向联系的控制过程。其主要特点为

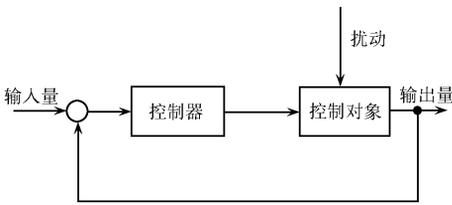


图 1-3 闭环控制典型原理方框图

- (1) 闭环负反馈控制,即按偏差调节;
- (2) 抗扰性好,控制精度高;
- (3) 系统参数应当适当选择,否则可能不能正常工作。

闭环控制典型方框图如图 1-3 所示。

复合控制 复合控制是开环控制和闭环控制相结合的一种控制方式。它是在闭环控制回路的基础上,附加一个输入信号或扰动信号的顺馈通路,用来提高系统的控制精度。顺馈通路通常由对输入信号的补偿器或对扰动信号的补偿器组成,分别如图 1-4(a)和(b)所示。复合控制的主要特点为

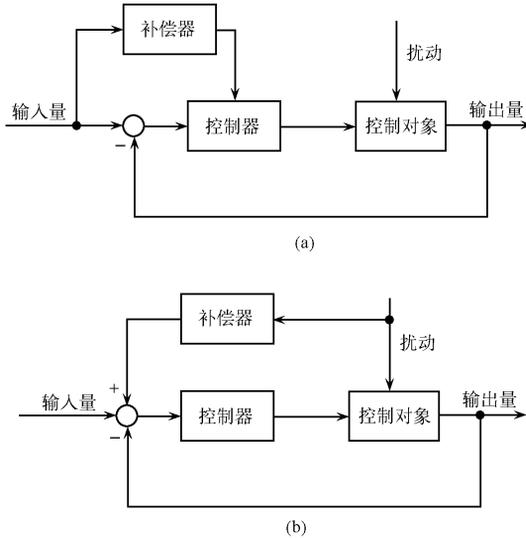


图 1-4 复合控制典型原理方框图

- (1) 具有很高的控制精度;
- (2) 可以抑制几乎所有的可量测扰动,其中包括低频强扰动;
- (3) 补偿器的参数要有较高的稳定性。

在高精度的控制系统中,复合控制得到了广泛的应用。如:平台随动系统,火炮随动系统,雷达站随动系统,飞机自动驾驶仪以及人造地球卫星控制系统等,均采用了复合控制方式。有关复合控制的原理及设计方法,见本书第六章。

最优控制 最优控制是使所选的系统性能指标达到极值的一种控制方式。系统性能指标是根据工作要求选定的。例如,对远距离航行的飞行器,选取燃料消耗量作为系统性

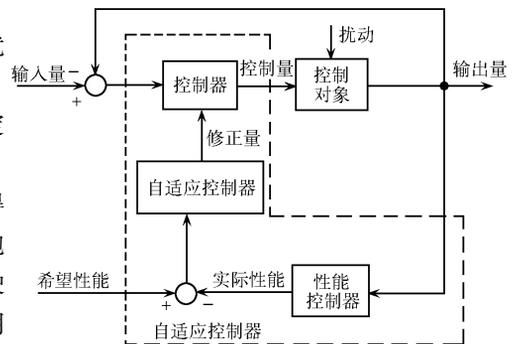


图 1-5 自适应控制典型原理方框图

能指标;对自动导航系统,选取定位误差的均方值作为系统性能指标。最优控制的设计方法主要有极大(小)值原理法和动态规划法,参见本书第十章。

自适应控制 自适应控制是能适应环境条件变化而自动调整系统参数或特性的一种控制方式。例如,在金属切削加工的自适应控制系统中,能按照切削材料和刀具的硬度,自动调整车速、进刀速度和切削用量,以达到最高工效。自适应控制主要用于空间技术和复杂生产过程控制中,其典型原理方框图如图 1-5 所示。

1-3 控制系统类型

自动控制系统有多种分类方法。例如,按信号传递路径,可分为开环、闭环与复合控制系统;按系统使用的能源,可分为机械、电气、液压和气动控制系统。此外,还可以按系统的功用和性能进行分类。

按系统功用分类 主要分为以下三类:

(1) 镇定系统。又称调节器。系统输入量为常值,或者随时间缓慢地变化。系统的基本任务是当出现扰动时,使系统的输出量保持为恒定的希望值。如水位控制系统,恒压调节系统等。

(2) 随动系统。又称跟踪系统。系统的输入量随时间任意变化。系统的基本任务是使系统输出量以要求的精度跟随输入量变化。系统的输出量常是机械位置、速度或加速度。火炮控制系统、自动化仪表系统等属于这一类。

(3) 过程控制系统。又称程序控制系统。系统输入量按既定规律变化,系统的控制过程按预定的程序进行。系统的输出量常为温度、压力、流量等物理量。如石油化学工业中的反应塔,加热炉的自动温度控制等,均采用过程控制系统。

按系统性能分类 主要分为以下三类:

(1) 线性与非线性系统。可用线性微分方程或差分方程描述的系统,称为线性系统。如果微分方程或差分方程的系数为常数,则称为线性定常系统;否则为线性时变系统。用非线性方程描述的系统,称为非线性系统。

(2) 连续与离散系统。若输入量和输出量都是时间连续函数的系统,称为连续系统。在连续系统中,信号在全部时间上都是已知的。若系统中信号有一处或一处以上为离散时间函数,称为离散系统。在离散系统中,信号仅定义在离散时间上。

(3) 确定性与不确定性系统。系统的结构、参数和输入量都是确定的、已知的系统,称为确定性系统。反之,当系统本身的结构或参数以及作用于该系统的信号有不确定性或模糊性时,则系统为不确定性系统。现实的工程系统,多为不确定性系统。

例题和解答

A-1-1 设热水电加热器如图 1-6 所示。为了保持希望的温度,由温控开关接通或断开加热器的电源。在使用热水时,水箱中流出热水并补充冷水。试说明系统工作原理并画出系统原理方框图。

解 在热水电加热器系统中,输入量为预置的希望温度(给定值),设为 $T_*(^{\circ}\text{C})$;输

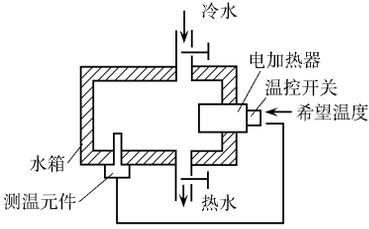


图 1-6 电加热器系统

量为水箱的实际水温,设为 $T(^{\circ}\text{C})$;控制对象为水箱;扰动信号主要是由于放出热水并注入冷水而产生的降温作用。

当 $T(^{\circ}\text{C}) = T_{\#}(^{\circ}\text{C})$ 时,电加热器不工作,此时水箱中水温保持在希望温度上。当使用热水时,由于扰动作用使实际水温下降,测温元件感受 $T(^{\circ}\text{C}) < T_{\#}(^{\circ}\text{C})$ 的变化,并把这一温度变化转换为电信号使温控开关工作。温控开关接通电源,使水箱中水升温,直到 $T(^{\circ}\text{C}) = T_{\#}(^{\circ}\text{C})$ 为止。系统原理方框图如图 1-7 所示。

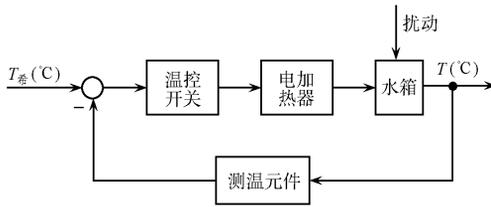


图 1-7 电加热器系统原理方框图

A-1-2 设电动机转速自动控制系统如图 1-8 所示,图中, R_w 为给定基准电压的电位器,1 为脉冲发生器,2 为可控硅功率放大器,SM 为伺服电动机, M_{t_z} 为负载转矩, i_1 和 i_2 均为减速器, TG 为测速发电机, K 为电压放大器。若令 K_{SCR} 代表可控硅功率放大器,试说明系统工作原理并画出系统原理方框图。

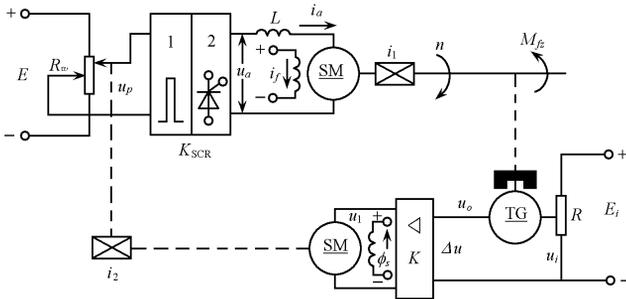


图 1-8 电动机转速控制系统

解 电压 u_i 为给定的基准电压,其设置值与 SM 转速的预期值相对应。TG 测量 SM 在 M_{t_z} 作用下的实际转速 n ,并输出相应电压 $u_o = K_e n$ (K_e 为 TG 的传递系数)。若 $u_o \neq u_i$,表明 SM 的实际转速不等于希望转速,偏差电压 $\Delta u = u_i - u_o \neq 0$,经 K 输出 $u_1 = K \Delta u$,使 SM 转动,经 i_2 带动 R_w 滑臂,改变 u_p 的量值,进而控制可控硅功率放大器输出电压 u_a 的大小和极性,使电动机的转速 n 得到控制,直至恢复到预期值为止。系统原理方框图如图 1-9 所示。

A-1-3 图 1-10 为液位自动控制系统原理示意图。在任何情况下,希望液面高度 c 维持不变,试说明系统工作原理,并画出系统原理方框图。

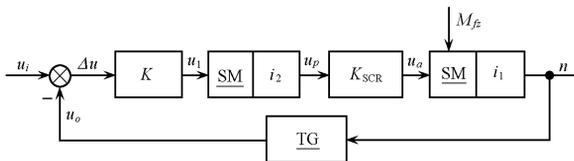


图 1-9 电动机转速控制系统原理方框图

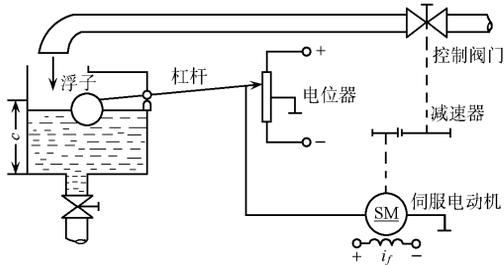


图 1-10 液位自动控制系统

解 当电位器电刷位于中点位置时,电动机不动,控制阀门有一定的开度,使水箱中流入水量与流出水量相等,从而液面保持在希望高度 c 上。一旦流入水量或流出水量发生变化,水箱液面高度便相应变化。例如,当液面升高时,浮子位置亦相应升高,通过杠杆作用使电位器电刷从中点位置下移,从而给电动机提供一定的控制电压,驱动电动机通过减速器减小阀门开度,使进入水箱的流量减少。此时,水箱液面下降,浮子位置相应下降,直到电位器电刷回到中点位置,系统重新处于平衡状态,液面恢复给定高度。反之,若水箱液位下降,则系统会自动增大阀门开度,加大流入水量,使液位升到给定高度 c 。

液位自动控制系统原理方框图如图 1-11 所示。

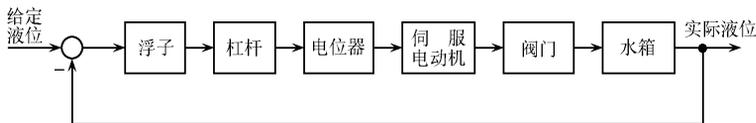


图 1-11 液位自动控制系统原理方框图

A-1-4 图 1-12 表示一个张力控制系统示意图。当送料速度在短时间内突然变化时,试说明控制系统的作用情况。

解 当给定值参考输入一定时,送料速度为某一要求的数值,此时测量头的重锤 G 与轮 L 受力平衡,因此测量轴无角位移,系统处于平衡状态。

若送料速度在短时间内突然发生变化,如电源波动引起伺服电动机转速变化、所输送的带料厚度不均匀等,从而使带料在输送过程中的张力发生改变,以至破坏了重锤 G

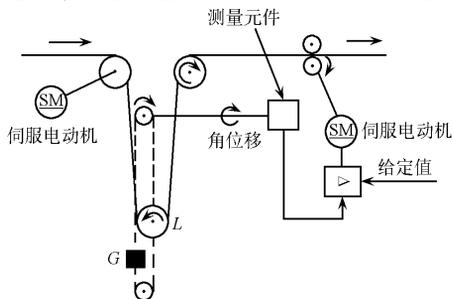


图 1-12 张力控制系统

与轮 L 的受力平衡,于是测量轴产生角位移,通过测量元件直接测出送料速度的变化,并变换为相应的电压值反馈给放大器,通过放大器比较后,输出校正电压控制伺服电动机的转速,从而改变送料速度,直到送料速度恢复为要求的数值,张力系统重新平衡为止。

A-1-5 图 1-13 是仓库大门自动控制系统原理示意图,试说明自动控制大门开关的工作原理并画出系统原理方框图。

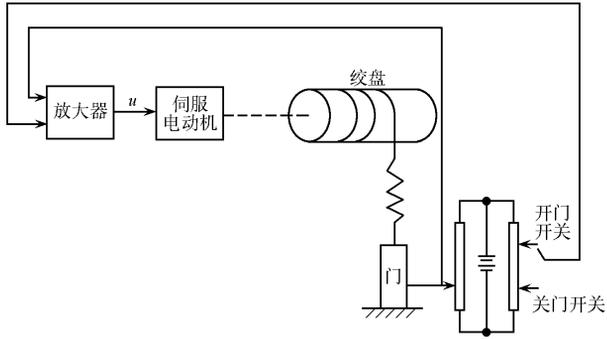


图 1-13 大门自动开关控制系统

解 当合上开门开关时,电位器桥式测量电路产生偏差电压,经放大器放大后,驱动伺服电动机带动绞盘转动,使大门向上提起。与此同时,与大门连在一起的电位器电刷上移,直到桥式测量电路达到平衡,电动机停止转动,开门开关自动断开。反之,当合上关门开关时,伺服电动机反向转动,带动绞盘使大门关闭,从而实现了远距离自动控制大门开关的要求。

大门自动开闭控制系统的原理方框图如图 1-14 所示。

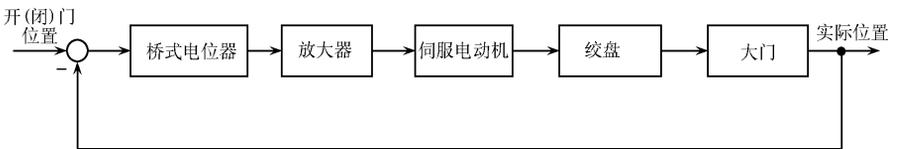


图 1-14 大门自动开闭系统原理方框图

A-1-6 图 1-15 为一自动调压系统。当负载电流 I_F 变化时,发电机 G 的电枢绕组压降也随之改变,造成端电压不能保持恒定。为了补偿这个影响,把电阻 R_F 上的压降经放大后的电压 U_r 负反馈到输入端,与 U_r 比较使 I_r 随之变化,以补偿电枢压降,使端电压维持不变。试指出系统的输入量、输出量、扰动量和控制对象,并画出系统原理方框图。

解 输入量为给定电压 U_r ,输出量为发电机端电压 U_F ,扰动量为负载电流 I_F ,控制对象为发电机 G。系统原理方框图如图 1-16 所示。

A-1-7 图 1-17 是一个带有测速反馈的位置随动系统,图中,1 为控制电位器,2 为反馈电位器,K 为电压放大器,SM 为伺服电动机,TC 为测速发电机。试画出系统原理方框图。

解 电位器 1 和 2 组成了系统的测量比较电路。测速发电机电压 U_c 极性与 U_r 相反,用来改善系统的性能。整个系统的原理方框图如图 1-18 所示。

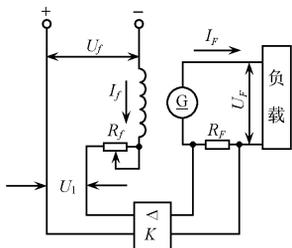


图 1-15 自动调压系统

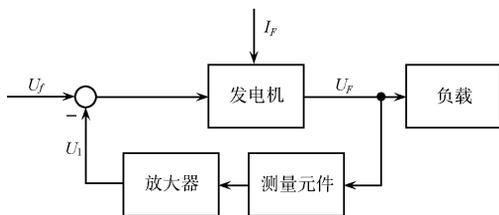


图 1-16 自动调压系统原理方框图

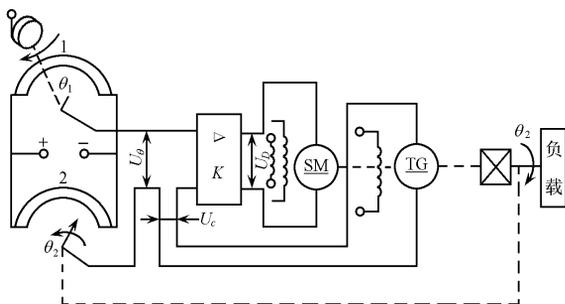


图 1-17 位置随动系统

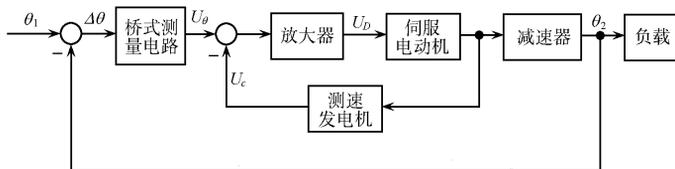


图 1-18 位置随动系统原理方框图

A-1-8 图 1-19 为发电机-电动机转速负反馈控制系统,图中, U_s 为输入量,转速 n 为输出量, K_s 表示电压放大器, G 为发电机, M 为电动机, TG 为测速发电机。若不考虑扰动量,试画出系统的原理方框图。

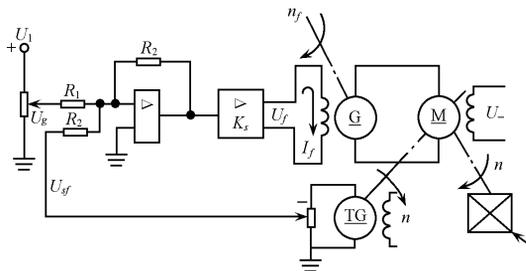


图 1-19 转速控制系统

解 系统原理方框图如图 1-20 所示。

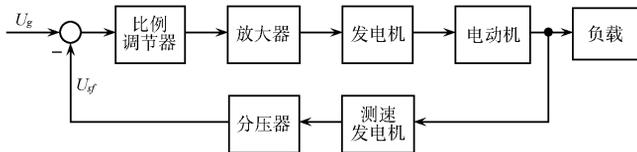


图 1-20 转速控制系统原理方框图

习 题

B-1-1 图 1-21 表示一个水位自动控制系统,试说明其作用原理。

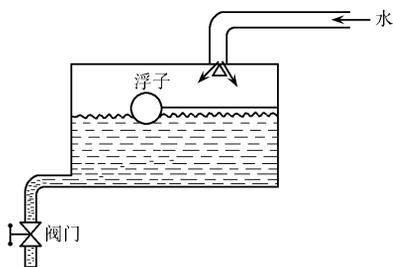


图 1-21 水位自动控制系统

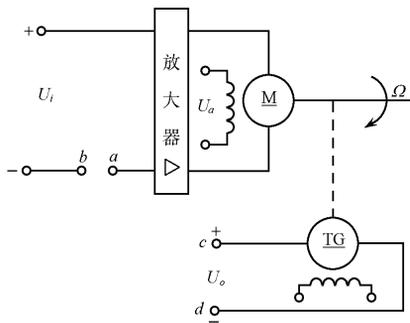


图 1-22 速度控制系统

B-1-2 图 1-22 为电动机速度控制系统,图中, U_i 为给定参考电压, M 为电动机, U_a 为 M 的电枢电压, Ω 为 M 的输出轴角速度, TG 为测速发电机, U_o 为 TG 的输出电压。

- (1) 将该速度控制系统接成负反馈系统;
- (2) 画出系统原理方框图。

B-1-3 图 1-23 是恒温箱的温度自动控制系统。

- (1) 画出系统的原理方框图;
- (2) 当恒温箱的温度变化时,试述系统的调节过程;
- (3) 指出系统属于哪一类型?

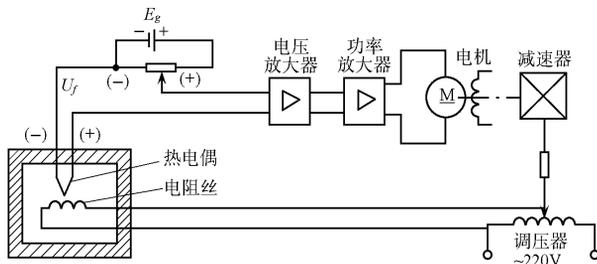


图 1-23 温度控制系统

B-1-4 图 1-24 为发电机电压自动控制系统,图中,1 为发电机,2 为减压器,3 为电动机,4 为电压放大器,5 为可调电位器。

- (1) 该系统由哪几部分组成,各起什么作用?
- (2) 系统中有哪些可能的扰动量?
- (3) 当输出电压降低时,系统的调节过程如何?
- (4) 该系统属于何种类型?

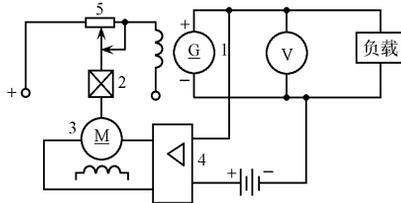


图 1-24 电压控制系统

B-1-5 图 1-25 为位置随动系统,图中,输入量为转角 θ ,输出量为转角 θ_0 , R_p 为圆盘式滑动电位器, K_s 为功率放大器,SM 为伺服电动机。

- (1) 说明系统由哪几部分组成,各起什么作用?
- (2) 画出系统原理方框图;
- (3) 说明当 θ 变化时, θ_0 的跟随过程。

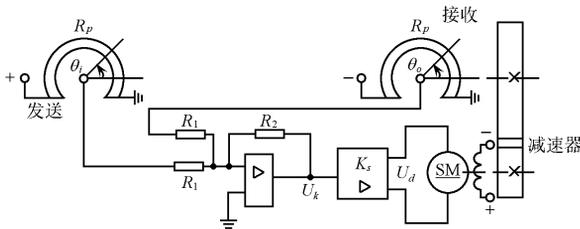


图 1-25 位置随动系统

B-1-6 图 1-26 为转速控制系统,图中, U_g 为输入量, E_f 为发电机电势,转速 n 为输出量。试画出系统原理方框图。

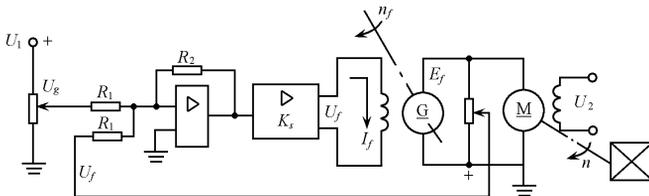


图 1-26 转速控制系统

B-1-7 设描述系统的微分方程如下,其中 $c(t)$ 为输出量, $r(t)$ 为输入量。试判定它们属于何种类型?

$$(1) c(t) = 3r(t) + 6 \frac{dr(t)}{dt} + \int_{-\infty}^t r(\lambda) d\lambda$$

$$(2) c(t) = 2r^2(t) + t \frac{d^2 r(t)}{dt^2}$$

$$(3) c(t) = r^2(t)$$

$$(4) c(t) = 5 + r(t) \cos \omega t$$

$$(5) c(t) = \begin{cases} 0, & t < 6 \\ r(t), & t \geq 6 \end{cases}$$

$$(6) \frac{d^3 c(t)}{dt^3} + 3 \frac{d^2 c(t)}{dt^2} + 6 \frac{dc(t)}{dt} + 8c(t) = r(t)$$

$$(7) t \frac{dc(t)}{dt} + c(t) = r(t) + 3 \frac{dr(t)}{dt}$$

B-1-8 图 1-27 为温度自动控制系统,改变 a 点位置可以改变恒温温度。试说明该系统的工作原理和性能,并指出它属于何种类型?

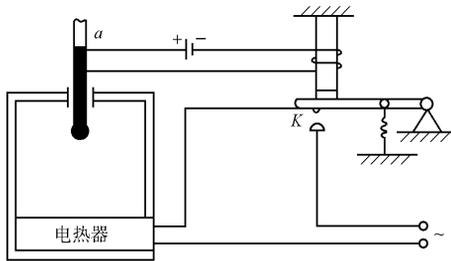


图 1-27 温度控制系统

B-1-9 图 1-28 为直流恒速控制系统,系统中除速度反馈外,还设置了电流反馈以补偿负载变化的影响。试画出系统原理方框图。

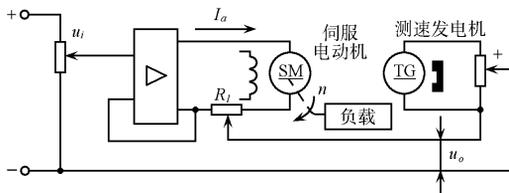


图 1-28 直流恒速控制系统

B-1-10 图 1-29 是烘烤面包的速度调节装置,待烘烤的面包用传送带按一定速度和一定时间通过烘箱。传送带由无级变速机驱动,根据安装在烘箱内的温度检测器测量的烘箱实际温度,通过控制器可以调整传送带的速度。若烘箱温度过高,传送带速度应加快;反之,则应减慢,以保证烘烤面包的质量。试说明传送带速度自动控制的工作原理,并绘制相应的原理方框图。

B-1-11 图 1-30 是一种用电流控制的气动调节阀,用来控制液体的流量。图中,与杆固连的线圈内有一块永久磁铁,当电流通过线圈时,便产生使杆绕支点转动的力矩,从而带动挡板关闭或打开喷嘴。当喷嘴被关闭时,进入膜片上腔的空气压力将增大,从而将膜片下压,并带动弹簧、阀杆一起下移;反之,当喷嘴被打开时,由于空气从喷嘴跑出,进入膜片上腔的空气压力将减小,膜片连同弹簧、阀杆便一起上升。此外,阀杆上下移动的同时,

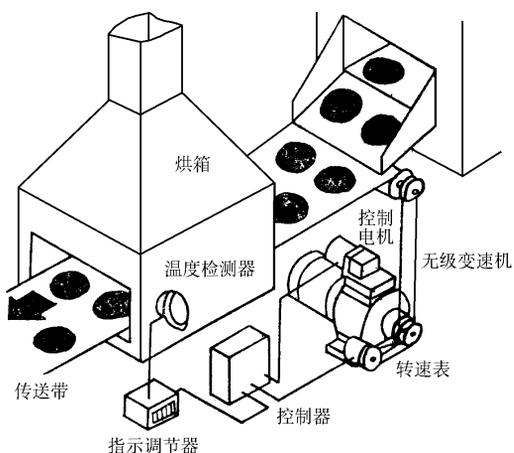


图 1-29 烘烤面包的速度调节装置

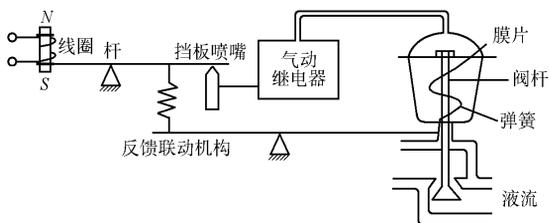


图 1-30 气动调节阀控制装置

通过反馈联动机构将阀杆位移反馈回去,并由与杆相连的弹簧产生一个平衡力矩。这样,通过电流控制阀杆位移,从而改变阀门开度,达到控制液体流量的目的。

- (1) 确定该控制装置的输入量、输出量、控制对象和扰动量;
- (2) 绘出其原理方框图;
- (3) 指出该装置属于何种类型的系统?

B-1-12 图 1-31(a)和(b)均为自动调压系统,假设空载时,图(a)与图(b)的发电机电压相同,均为 110V。试问带上负载后,图(a)与图(b)哪种系统能保持 110V 端电压不变? 哪种系统的端电压会低于 110V,为什么?

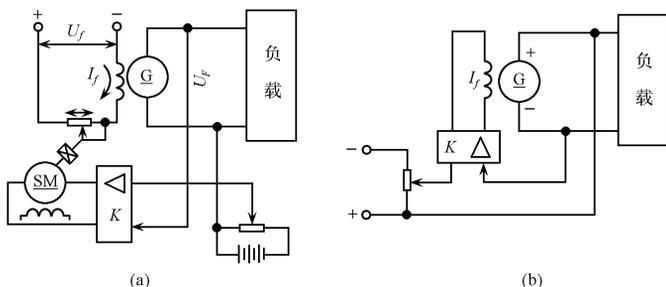


图 1-31 自动调压系统

B-1-13 试绘制图 1-31(a)与(b)所示系统的原理方框图,分别说明各系统的测量元件、放大元件及执行元件是什么,并指出各系统的输入量、输出量和控制对象。

B-1-14 图 1-32 为水温控制系统,冷水在热交换器中由通入的蒸汽加热,从而得到一定温度的热水。冷水流量的变化可用流量计测得。

- (1) 说明为了保持热水温度为给定值,系统是如何工作的?
- (2) 指出系统的控制对象及控制器;
- (3) 绘制系统的原理方框图;
- (4) 指出系统属于何种类型?

B-1-15 图 1-33 为调速系统,图中, G 为发电机, M 为电动机, TG 为测速发电机, SM 为伺服电动机。

- (1) 说明系统的工作原理;
- (2) 绘制系统原理方框图。

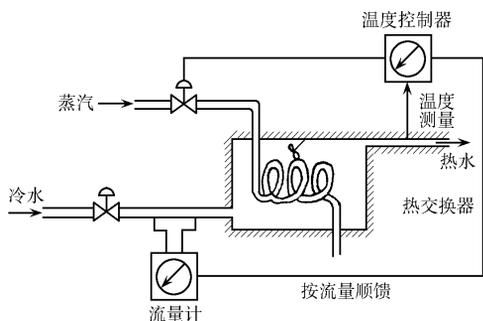


图 1-32 水温控制系统

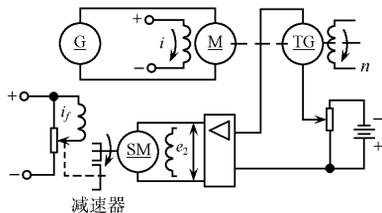


图 1-33 调速系统

B-1-16 图 1-34 为工作台位置液压控制系统,图中,1 为控制电位器,2 为反馈电位器,3 为工作台。该系统可使工作台按照控制电位器给定的信号运动。

- (1) 指明系统的输入量、输出量和控制对象;
- (2) 绘制系统原理方框图;
- (3) 说明系统属于何种类型?

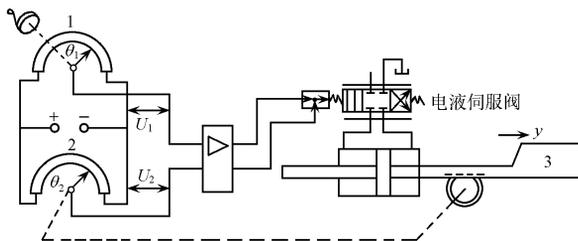


图 1-34 液压控制系统

B-1-17 图 1-35 为自动记录仪系统,电位器 1 和 2 组成测量电桥,当电位器 1 和 2 的两个滑臂不在同一位置时,测量电桥不平衡,线圈 3 中便有电流产生。由于线圈处于两个磁极中间,故会发生转动。线圈转动时,记录笔 4 和电位器 2 的滑臂跟着一起转动,直到 2

的滑臂与 1 的滑臂位置一致为止。同时,记录笔相应记下两个滑臂间的位置偏差。试绘制该系统原理方框图。

B-1-18 图 1-36 为水位自动控制系统。要求绘制系统的原理方框图。

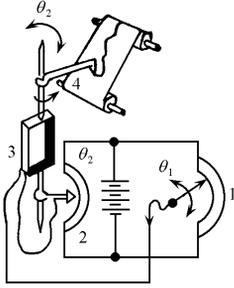


图 1-35 自动记录仪系统

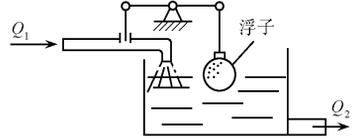


图 1-36 水位自动控制系统

第二章 控制系统的数学模型

2-1 数学模型

在控制系统的分析和设计中,首先要建立系统的数学模型。自动控制系统的组成可以是电气的、机械的、液压的或气动的,等等,然而描述这些系统的数学模型却可以是相同的。因此,通过数学模型来研究自动控制系统,可以摆脱各种不同类型系统的外部特征,研究其内在共性运动规律。

系统的数学模型,是描述系统内部各物理量之间动态关系的数学表达式。常用的数学模型有:微(差)分方程、传递函数(或脉冲传递函数)、频率特性(或描述函数)以及状态空间表达式。结构图和信号流图,是在数学表达式基础上演化而来的数学模型的图示型式。在上述各种数学模型的型式中,频率特性是在频域中研究线性控制系统的数学模型,将在第五章介绍;差分方程和脉冲传递函数,是研究线性离散系统的数学模型,将在第八章阐述;描述函数是分析非线性系统的近似数学模型,将在第七章叙述;状态空间表达式,是应用现代控制理论研究控制系统,特别是研究多输入多输出系统特性的数学模型,将在第九章描述。

控制系统数学模型的建立方法有解析法和实验法两类。用解析法确定控制系统的数学模型时,要求依据系统及元件各变量之间所遵循的物理、化学定律,列出各变量之间的数学关系式;用实验法确定控制系统的数学模型时,要求对系统施加典型测试信号(脉冲、阶跃或正弦信号),记录系统的时间响应曲线或频率响应曲线,从而获得系统的传递函数或频率特性。

在自动控制系统的分析和设计中,建立合理的数学模型是一项至关重要的工作,直接关系到控制系统能否实现给定的任务。所谓合理的数学模型,是指所建立的数学模型既有准确性,又有简化性。一般应根据系统的实际结构参数及要求的计算精度,略去一些次要因素,使模型既能准确反映系统的动态本质,又能简化分析计算的工作。除非系统含有强非线性或参数随时间变化较大,一般应尽可能采用线性定常数学模型描述控制系统。

如果描述系统的数学模型是线性微分方程,则称该系统为线性系统;若方程中的系数是常数,则称其为线性定常系统。线性系统的最重要特性是可以应用叠加原理。在动态研究中,如果系统在多个输入作用下的输出等于各输入单独作用下的输出和(可加性),而且当输入增大倍数时,输出相应增大同样倍数(均匀性),就满足叠加原理,因而系统可以看成线性系统。如果描述系统的数学模型是非线性微分方程,则相应系统称为非线性系统,其特点是不能应用叠加原理。

建立系统数学模型的主要目的,是为了分析系统的性能。由数学模型求取系统性能指标的主要途径如图 2-1 所示。由图可见,傅里叶变换和拉普拉斯变换是分析和设计线性定

常连续控制系统的主要数学工具。

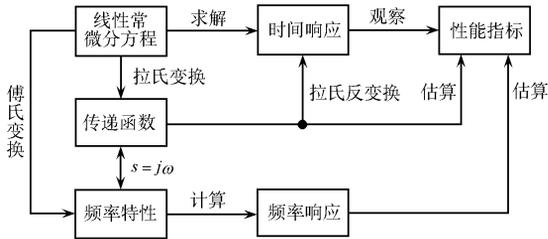


图 2-1 求取性能指标的主要途径

2-2 线性系统的微分方程与传递函数

系统微分方程 系统微分方程是描述控制系统动态性能的一种数学模型。建立系统或元件微分方程的一般步骤如下：

- (1) 根据实际工作情况,确定系统和各元件的输入量和输出量;
- (2) 根据物理或化学定律(注意考虑负载效应),列出系统各组成元件的原始方程;
- (3) 在可能条件下,对各元件的原始方程进行适当简化,略去一些次要因素或进行线性化处理;
- (4) 从系统输入端开始,依照信号的传递顺序,在所有元件的方程中消去中间变量,最后得到描述系统输入和输出关系的微分方程;
- (5) 对求出的系统微分方程进行标准化处理。即将与输出有关的各项放在等号左侧,而将与输入有关的各项置于等号右侧;等号左、右侧各项均按降幂形式排列,并将各项系数归化为具有一定物理意义的形式。

非线性微分方程的线性化 控制系统的实际组成元件,几乎程度不同地都具有非线性特性。因此,求出的系统微分方程常常是非线性微分方程,解析求解异常困难。由于许多实际控制系统的输入量和输出量是围绕平衡工作状态进行小范围变化的,故可采用泰勒级数展开法,略去二次以上的高次项,进行小偏差线性化处理,所得到的线性微分方程称为系统的线性化数学模型。

设系统组成元件的特性为 $y = f(x)$, 其中 x 为输入量, y 为输出量。若函数 y 在其平衡工作点 (x_0, y_0) 处连续可微,则可用输入量 x 的偏差形式,将 y 在 (x_0, y_0) 的邻域内展开成泰勒级数:

$$y = f(x) = f(x_0) + \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right]_{x_0} \Delta x + \frac{1}{2!} \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right]_{x_0} \Delta x^2 + \dots$$

如果偏差 Δx 很小,且记 $y \triangleq \Delta y = f(x) - f(x_0)$, $x \triangleq \Delta x$, 可得小偏差线性化方程:

$$y = \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right]_{x_0} x$$

当 $y = f(x_1, x_2)$ 时,同理可得小偏差线性化方程为

$$y = \left[\frac{df}{dx_1} \right]_{x_{10}} x_1 + \left[\frac{df}{dx_2} \right]_{x_{20}} x_2$$

应当指出,对于某些严重的典型非线性,如继电特性、间隙以及干摩擦等,不能进行求导运算,因而原则上不能用小偏差法进行线性化,而只能作为非线性问题处理。

传递函数 传递函数是线性定常系统的一种重要的数学模型。传递函数不仅可以表征系统的动态特性,而且可以用来研究系统的结构或参数变化对系统性能的影响。

线性定常系统的传递函数,定义为在零初始条件下,系统输出量的拉氏变换与输入量的拉氏变换之比。

设线性定常系统的微分方程一般式为

$$\begin{aligned} & a_0 \frac{d^n}{dt^n} c(t) + a_1 \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} c(t) + \cdots + a_{n-1} \frac{d}{dt} c(t) + a_n c(t) \\ &= b_0 \frac{d^m}{dt^m} r(t) + b_1 \frac{d^{m-1}}{dt^{m-1}} r(t) + \cdots + b_{m-1} \frac{d}{dt} r(t) + b_m r(t) \end{aligned} \quad (2-1)$$

其中, $c(t)$ 为系统输出量; $r(t)$ 为系统输入量; $a_i (i = 0, 1, \dots, n)$ 和 $b_j (j = 0, 1, \dots, m)$ 是由系统结构与参数决定的常系数。当初始条件为零时,对式(2-1)进行拉氏变换,并根据传递函数定义,可得系统的传递函数

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{M(s)}{D(s)} \quad (2-2)$$

其中

$$\begin{aligned} M(s) &= b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \cdots + b_{m-1} s + b_m \\ D(s) &= a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n \end{aligned}$$

控制系统的零初始条件有两方面的含义,一是指 $r(t)$ 在 $t = 0_+$ 时始作用于系统,因此 $t = 0_-$ 时 $r(t)$ 及其各阶导数均为零;二是指 $t = 0_-$ 时,系统处于相对静止状态,即系统在工作点上运行,因此 $t = 0_-$ 时 $c(t)$ 及其各阶导数的值也为零。现实的工程控制系统多属此类情况。

传递函数具有以下性质:

(1) 传递函数是复变量 s 的有理真分式函数,其分子多项式次数 m 低于或等于分母多项式次数 n ,且所有系数均为实数。

(2) 传递函数的概念只适用于线性定常系统,因为导出传递函数的拉氏变换是一种线性积分运算。

(3) 传递函数原则上不能反映系统在非零初始条件下的全部运动规律。

(4) 传递函数只能表示一个输入对一个输出的关系,对于多输入多输出系统,则应采用传递函数阵表示系统各变量之间的关系。

(5) 传递函数的形式只取决于系统或元件的结构和参数,与外作用形式无关,且不能具体表达系统或元件的物理结构。

(6) 一定的传递函数有一定的零、极点分布图与之对应。

典型元部件的传递函数见表 2-1。

表 2-1 典型元部件的传递函数

元 部 件	传 递 函 数	变 量 说 明
电位器误差检测器	$\frac{U(s)}{\Delta\Theta(s)} = K_1$	<p>K_1——电位器误差检测器传递系数</p> <p>U——误差检测器输出电压</p> <p>$\Delta\Theta$——两个电位器的误差角</p>
自整角机	$\frac{U(s)}{\Delta\Theta(s)} = K_s$	<p>K_s——自整角机比电压</p> <p>U——自整角机失调电压</p> <p>$\Delta\Theta$——自整角机误差角</p>
地 震 仪	$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{-ms^2}{ms^2 + fs + k}$	<p>m——质量</p> <p>f——阻尼系数</p> <p>k——弹簧系数</p> <p>Y——质量 m 相对于壳体的位移</p> <p>X——壳体相对于惯性空间的位移</p>
加 速 度 计	$\frac{Z(s)}{s^2X(s)} = \frac{-m}{ms^2 + fs + k}$	<p>m——质量</p> <p>f——阻尼系数</p> <p>k——弹簧系数</p> <p>s^2X——壳体相对于惯性空间的加速度</p> <p>$z = y - \frac{mg}{k} \sin\theta$</p> <p>$y$——质量 m 相对于壳体的位移</p> <p>g——重力加速度</p> <p>θ——加速度计水平倾斜角</p>
微分变压器	<p>其中</p> $\frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{T_c s}{T_D s + 1}$ $T_c = \frac{R_2}{R_2 + r_2} n T_1$ $T_D = T_1 + T_2$ $T_1 = L_1 / r_1$ $T_2 = L_2 / (R_2 + r_2)$	<p>U_1——原绕组电压</p> <p>U_2——副绕组电压</p> <p>L_1——原绕组自感</p> <p>r_1——原端回路电阻</p> <p>L_2——副绕组自感</p> <p>r_2——副绕组电阻</p> <p>R_2——负载电阻</p> <p>n——匝数比</p>
测速发电机	$\frac{U(s)}{\Theta(s)} = sK_t$	<p>U——测速发电机输出电压</p> <p>Θ——测速发电机转子轴角位移</p> <p>K_t——测速发电机输出斜率</p>
直流伺服电动机 (电枢控制)	$\frac{\Theta_m(s)}{U_a(s)} = \frac{K_m}{s(T_m s + 1)}$ $\frac{\Theta_m(s)}{M_L(s)} = \frac{-T_m / J_m}{s(T_m s + 1)}$	<p>u_a——电枢电压</p> <p>Θ_m——电动机轴角位移</p> <p>K_m——电动机传递系数</p> <p>T_m——电动机机电时间常数</p> <p>M_L——电动机轴上负载转矩</p> <p>J_m——电动机轴上的总转动惯量</p>

元 部 件	传 递 函 数	变 量 说 明
直流伺服电动机 (磁场控制)	$\frac{\Theta_m(s)}{U_f(s)} = \frac{K_m}{s[T_f T_m s^2 + (T_f + T_m)s + 1]}$	u_f ——激磁电压 θ_m ——电动机轴角位移 K_m ——电动机传递系数 T_f ——激磁回路时间常数 T_m ——惯性和阻尼摩擦时间常数
两相伺服电动机	$\frac{\Theta_m(s)}{U_a(s)} = \frac{K_m}{s(T_m s + 1)}$	u_a ——控制绕组电压 θ_m ——电动机轴角位移 K_m ——电动机传递系数 T_m ——机电时间常数
液压伺服马达	$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{s(T_1^2 s^2 + T_2 s + 1)}$ 其中 $K = K_q/A$ $T_1 = (mV/K_v A^2)^{1/2}$ $T_2 = \frac{m}{A^2}(c_l + K_l)$	Y ——作动筒活塞位移 X ——伺服阀位移 K_q ——伺服阀流量增益 A ——活塞工作面积 m ——负载质量 V ——油液总体积 K_v ——容积系数 c_l ——泄漏系数 K_l ——流量压力系数
液压伺服马达 (带位置反馈)	$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{T s + 1}$ 其中 $K = b/a$ $T = (a + b)A/aK_q$	Y ——作动筒活塞位移 X ——输入位移 a, b ——杠杆臂 A ——活塞工作面积 K_q ——伺服阀流量增益
液压伺服马达 (带位置反馈及阻尼器)	$\frac{Y(s)}{X(s)} = K \left[1 + \frac{1}{T s} \right]$ 其中 $K = b/a$ $T = f/k$	Y ——作动筒活塞位移 X ——输入位移 a, b ——杠杆臂 f ——阻尼器阻尼系数 k ——弹簧系数
速率陀螺仪	$\frac{\beta(s)}{\Omega(s)} = K$ 其中 $K = H/k$	β ——陀螺转子绕内环轴角位移 Ω ——测量角速度 H ——陀螺转子动量矩 k ——弹簧系数
垂直陀螺仪	$\frac{U(s)}{\Theta(s)} = K$	U ——陀螺电位器输出电压 θ ——输入角位移 K ——陀螺电位器传递系数

2-3 结构图与信号流图

控制系统的结构图和信号流图,都是描述系统中各种信号传递关系的数学图形。应用结构图和信号流图,可以简化复杂控制系统的分析和设计。但是,信号流图只适用于线性系统,而结构图也可用于非线性系统。

结构图 系统结构图是系统中各个环节的函数功能和信号流向的图形表示,由环节(方框)、信号线、引出点(测量点)和比较点(综合点)组成。系统结构图可按如下步骤绘出:

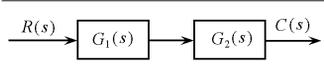
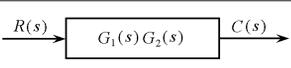
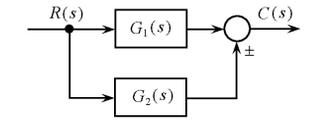
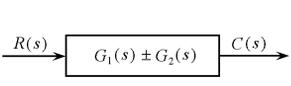
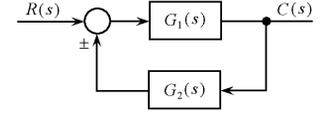
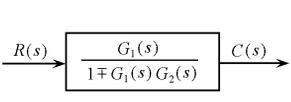
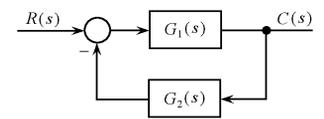
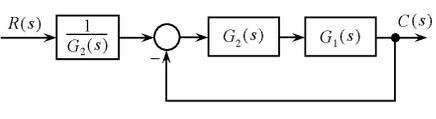
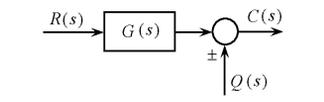
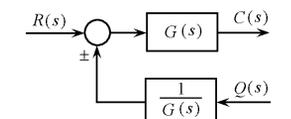
(1) 考虑负载效应,建立控制系统各元部件的微分方程;

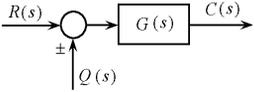
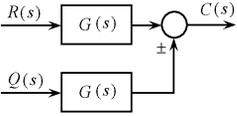
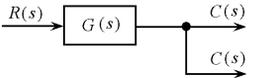
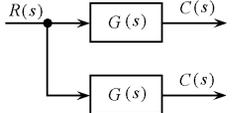
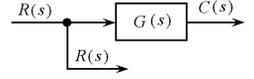
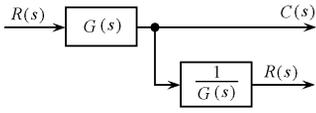
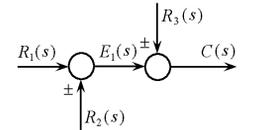
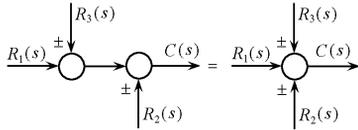
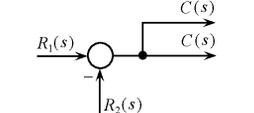
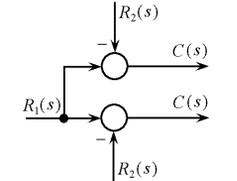
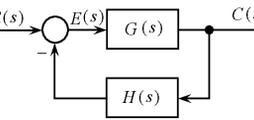
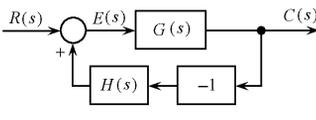
(2) 对各元部件的微分方程进行拉氏变换,写出其传递函数并画出相应的环节单元和比较点单元;

(3) 从与系统输入量有关的比较点开始,依据信号流向,把各元部件的结构图连接起来,置系统输出量于右端,便得到系统结构图。

结构图的基本运算形式有:串接运算、并接运算和反馈接运算三种。当系统结构图很复杂时,为了便于利用上述三种基本运算形式,需要进行变换和简化。结构图的运算和变换法则见表 2-2。在变换过程中,应注意保持变换前后信号的“等效性”。

表 2-2 结构图等效变换法则

原方框图	等效方框图	备注
		(1) 串接等效 $C(s) = G_1(s)G_2(s)R(s)$
		(2) 并接等效 $C(s) = R(s)G_1(s) \pm R(s)G_2(s) = R(s)[G_1(s) \pm G_2(s)]$
		(3) 反馈接等效 $C(s) = \frac{G_1(s)R(s)}{1 \mp G_1(s)G_2(s)}$
		(4) 等效单位反馈 $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)} = \frac{1}{G_2(s)} \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)}$
		(5) 比较点前移 $C(s) = R(s)G(s) \pm Q(s) = [R(s) \pm \frac{Q(s)}{G(s)}]G(s)$

原方框图	等效方框图	备注
		<p>(6) 比较点后移 $C(s) = [R(s) \pm Q(s)]G(s)$ $G(s) = R(s)$ $G(s) \pm Q(s)G(s)$</p>
		<p>(7) 引出点前移 $C(s) = R(s)G(s)$</p>
		<p>(8) 引出点后移 $C(s) = R(s)G(s)$ $R(s) = R(s)G(s) \frac{1}{G(s)}$</p>
		<p>(9) 交换或合并比较点 $C(s) = E_1(s) \pm R_3(s)$ $= R_1(s) \pm R_2(s)$ $\pm R_3(s) = R_1(s)$ $\pm R_3(s) \pm R_2(s)$</p>
		<p>(10) 交换比较点和引出点 $C(s) = R_1(s) - R_2(s)$</p>
		<p>(11) 负号在支路上移动 $E(s) = R(s) - H(s)C(s)$ $= R(s) + H(s)$ $\times (-1)C(s)$</p>

信号流图 信号流图是一种表达线性代数方程组结构的信号传递网络,由节点和支路组成。节点标志系统的变量;支路是连接两个节点的定向线段并有一定的支路增益。

信号流图可以根据系统微分方程绘制,也可以从系统结构图按照对应关系得出。由系统微分方程绘制信号流图时,一般应通过拉氏变换,把微分方程变换为 s 的代数方程;然后,对系统的每个变量指定一个节点,按实际系统中变量的因果关系从左至右顺序排列;最后,根据代数方程,用标明支路增益的支路将各节点连接起来,便可得到完整的系统信号流图。由系统结构图绘制信号流图时,把结构图中的输入量取为源节点,输出量取为阱节点,比较点、引出点和其他中间变量取为混合节点,方框取为支路,而各方框中的传递函数则取为相应的支路增益,这样,结构图就变换为相应的信号流图。由于信号流图的节点只表示变量的相加,因此结构图中负反馈通路的传递函数要用负支路增益来表示。

为便于描述信号流图特征,常采用以下名词术语:

- (1) 源节点。只有输出支路的节点;
- (2) 阱节点。只有输入支路的节点;
- (3) 混合节点。既有输入支路,又有输出支路的节点;
- (4) 前向通路。从源节点到阱节点之间,与每个节点仅相交一次的通路;
- (5) 回路。起于并终于同一节点,且与其他任何节点相交不多于一次的闭合通路;
- (6) 不接触回路。相互之间无公共节点的回路。

画出系统的信号流图后,可以利用梅森增益公式得到系统输出量与输入量之间的传递函数。设 P 为任意源节点和阱节点之间的传递函数,则梅森增益公式为

$$P = \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^n p_k \Delta_k \quad (2-3)$$

其中, n 为前向通路总数; p_k 为 n 之中第 k 条前向通路总增益; Δ 为流图特征式,满足

$$\Delta = 1 - \sum L_1 + \sum L_2 - \sum L_3 + \cdots + (-1)^m \sum L_m \quad (2-4)$$

其中, $\sum L_1$ 为所有单独回路增益之和; $\sum L_2$ 为所有每两个互不接触回路增益乘积之和; $\sum L_3$ 为所有每三个互不接触回路增益乘积之和; $\sum L_m$ 为任意 m 个互不接触回路增益乘积之和。而式(2-3)中的 Δ_k 为与第 k 条前向通路不接触部分的 Δ 值,称为余因子式。

由于信号流图与系统结构图之间有相互对应关系,因此,梅森增益公式也可直接用于系统结构图。

2-4 控制系统的传递函数

设反馈控制系统的典型结构图如图 2-2 所示。应用叠加原理,可分别求出系统在输入和扰动作用下的传递函数。

单位反馈系统与非单位反馈系统 在图 2-2 中, $R(s)$ 为输入信号, $N(s)$ 为扰动作用, $C(s)$ 为输出信号, $B(s)$ 为主反馈信号, $E(s)$ 为误差信号。若以 $P(s)$ 表示前向通路传递函

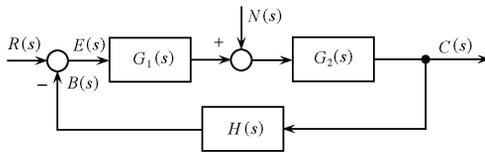


图 2-2 控制系统典型结构图

数,以 $\Delta(s)$ 表示反馈通路传递函数,则对输入信号而言,有

$$P_r(s) = G_1(s)G_2(s) \quad (2-5)$$

$$\Delta_r(s) = H(s) \quad (2-6)$$

对扰动作用而言,有

$$P_n(s) = G_2(s) \quad (2-7)$$

$$\Delta_n(s) = H(s)G_1(s) \quad (2-8)$$

显然

$$P(s)\Delta(s) = P_r(s)\Delta_r(s) = P_n(s)\Delta_n(s) \quad (2-9)$$

一般, $\Delta(s) = 1$ 的控制系统称为单位反馈系统, $\Delta(s) \neq 1$ 的控制系统称为非单位反馈系统。利用结构图等效变换, 可把非单位反馈系统变换为等效单位反馈系统。图 2-3 中的图 (a) 和图 (b), 都是 $N(s) = 0$ 时图 2-2 的等效单位反馈系统^①。

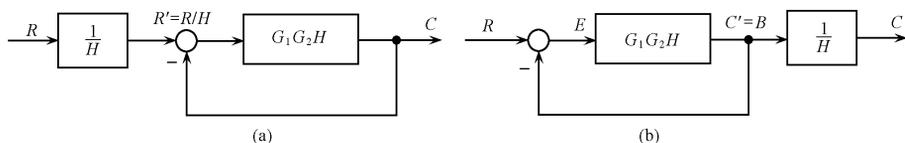


图 2-3 等效单位反馈系统

开环传递函数 令 $N(s) = 0$, 若以 $G(s)$ 表示开环传递函数, 则有

$$G(s) = \frac{B(s)}{E(s)} = G_1(s)G_2(s)H(s) = P(s)\Delta(s) \quad (2-10)$$

当 $H(s) = 1$ 时

$$G(s) = \frac{C(s)}{E(s)} = G_1(s)G_2(s) = P_r(s) \quad (2-11)$$

闭环传递函数 闭环系统在输入信号和扰动作用下, 以 $C(s)$ 为输出量时的系统传递函数, 称为闭环传递函数。

(1) 输入信号作用下。 $R(s) \neq 0, N(s) = 0$

$$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} = \frac{P_r(s)}{1 + P(s)\Delta(s)} \quad (2-12)$$

(2) 扰动作用下。 $R(s) = 0, N(s) \neq 0$

$$\Phi_n(s) = \frac{C(s)}{N(s)} = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} = \frac{P_n(s)}{1 + P(s)\Delta(s)} \quad (2-13)$$

(3) 输入和扰动同时作用时。 $R(s) \neq 0, N(s) \neq 0$

$$C(s) = \frac{G_2(s)}{1 + P(s)\Delta(s)} [G_1(s)R(s) + N(s)] \quad (2-14)$$

误差传递函数 闭环系统在输入信号和扰动作用下, 以 $E(s)$ 为输出量时的系统传递函数, 称为误差传递函数。

(1) 输入信号作用下。 $R(s) \neq 0, N(s) = 0$

$$\Phi_e(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} = \frac{1}{1 + P(s)\Delta(s)} \quad (2-15)$$

(2) 扰动作用下。 $R(s) = 0, N(s) \neq 0$

$$\Phi_{en}(s) = \frac{E(s)}{N(s)} = - \frac{G_2(s)H(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} = \frac{-G_2(s)H(s)}{1 + P(s)\Delta(s)} \quad (2-16)$$

(3) 输入和扰动同时作用时。 $R(s) \neq 0, N(s) \neq 0$

$$E(s) = \frac{1}{1 + P(s)\Delta(s)} [R(s) - G_2(s)H(s)N(s)] \quad (2-17)$$

值得指出, 式 (2-12), (2-13), (2-15) 和 (2-16) 的分母完全相同, 说明对给定的系统而言, 特征多项式 $1 + P(s)\Delta(s)$ 是惟一的, 或者说, 闭环极点的分布是惟一的。

^① 为便于书写, $G(s)$ 有时简写为 $G; R(s), H(s), C(s)$ 简写为 R, H, C 。

例题和解答

A-2-1 设水位自动控制系统的原理方案如图 2-4 所示,其中 Q_1 为水箱的进水流量, Q_2 为水箱的用水流量, H 为水箱中实际水面高度。假定水箱横截面积为 F , 希望水面高度为 H_0 , 与 H_0 对应的水流量为 Q_0 , 试列出水箱的微分方程。

解 当 $Q_1 = Q_2 = Q_0$ 时, $H = H_0$; 当 $Q_1 \neq Q_2$ 时, 水面高度 H 将发生变化, 其变化率与流量差 $Q_1 - Q_2$ 成正比, 此时有

$$F \frac{d(H - H_0)}{dt} = (Q_1 - Q_0) - (Q_2 - Q_0)$$

于是得水箱的微分方程为

$$F \frac{dH}{dt} = Q_1 - Q_2$$

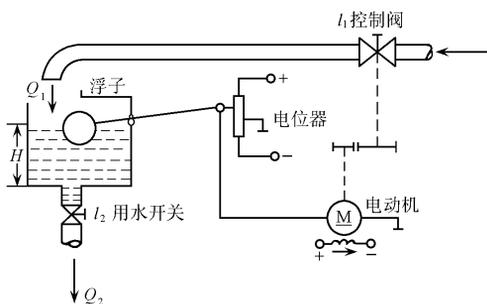


图 2-4 水位控制系统

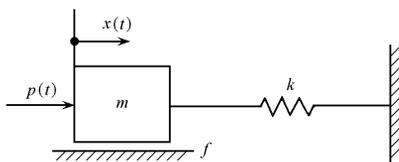


图 2-5 质量-弹簧-摩擦系统

A-2-2 设质量-弹簧-摩擦系统如图 2-5 所示,图中 f 为黏性摩擦系数, k 为弹簧系数,系统的输入量为力 $p(t)$, 系统的输出量为质量 m 的位移 $x(t)$ 。试列出系统的输入输出微分方程。

解 显然,系统的摩擦力为 $f \frac{dx(t)}{dt}$, 弹簧力为 $kx(t)$, 根据牛顿第二运动定律有

$$p(t) - f \frac{dx(t)}{dt} - kx(t) = m \frac{d^2x(t)}{dt^2}$$

移项整理,得系统的微分方程为

$$m \frac{d^2x(t)}{dt^2} + f \frac{dx(t)}{dt} + kx(t) = p(t)$$

A-2-3 设有一倒摆装在只能沿 x 方向移动的小车上,如图 2-6 所示。图中, M 为小车质量, m 为摆的质量, l 为摆长, J 为摆的转动惯量。当小车受到外力 $u(t)$ 作用时,如果摆的角位移 $\varphi(t)$ 较小,试推导描述 $\varphi(t)$ 的运动方程。

解 当小车在外力 $u(t)$ 作用下产生位移 $x(t)$ 时,摆球的受力情况如图 2-7 所示。图中, mg 为重力, $m\ddot{x}(t)$ 为 x 方向的惯性力, $mg \sin\varphi(t)$ 为垂直于摆杆方向的重力分力。

显然,在 x 方向上,小车的惯性力为 $M\ddot{x}(t)$, 摆球产生的位移量为 $x(t) + l\sin\varphi(t)$; 在

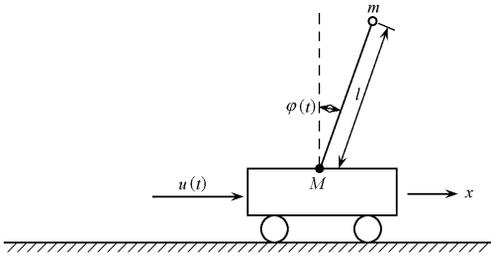


图 2-6 装有倒置摆的小车

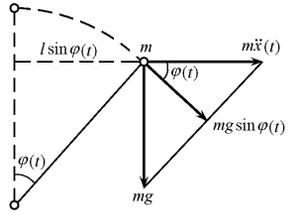


图 2-7 倒置摆球受力图

垂直于摆杆的方向上,摆球的转动惯性力为 $J\ddot{\varphi}(t)$, $m\ddot{x}(t)$ 的分力为 $m\ddot{x}(t)\cos\varphi(t)$ 。

根据力的平衡原则,在 x 方向及垂直于摆杆的方向上,可以分别列出如下运动方程:

$$u(t) = M \frac{d^2x(t)}{dt^2} + m \left[\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \frac{d^2(l\sin\varphi(t))}{dt^2} \right]$$

$$mg\sin\varphi(t) = J \frac{d^2\varphi(t)}{dt^2} + m \frac{d^2x(t)}{dt^2} \cos\varphi(t)$$

联立求解得

$$\begin{aligned} & [(M + m)J - m^2l\cos^2\varphi(t)] \frac{d^2\varphi(t)}{dt^2} + m^2l\sin\varphi(t)\cos\varphi(t) \left[\frac{d\varphi(t)}{dt} \right]^2 \\ & - (M + m)mg\sin\varphi(t) + mu(t)\cos\varphi(t) = 0 \end{aligned}$$

这是非线性运动微分方程。当 $\varphi(t)$ 较小时,取

$$\sin\varphi(t) \approx \varphi(t), \cos\varphi(t) \approx 1$$

略去 $\dot{\varphi}^2(t)$ 高次项,得如下线性运动微分方程:

$$[(M + m)J - m^2l] \frac{d^2\varphi(t)}{dt^2} - (M + m)mg\varphi(t) = -mu(t)$$

或写为

$$\left[ml - J \left[\frac{M}{m} + 1 \right] \right] \frac{d^2\varphi(t)}{dt^2} + (M + m)g\varphi(t) = u(t)$$

A-2-4 设直流发电机-电动机组如图 2-8 所示,图中, $u_f(t)$ 为发电机激磁电压, $n(t)$ 为电动机转速,其他电气参数如图示,信号源内阻抗设为零。试列出以 $u_f(t)$ 为输入量, $n(t)$ 为输出量的机组微分方程式。

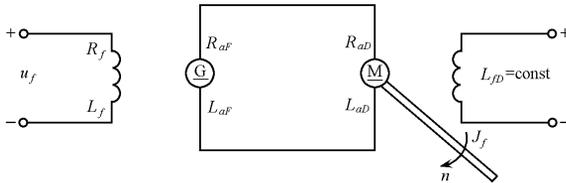


图 2-8 直流发电机-电动机组

解 根据基尔霍夫定律,列出如下原始方程:

发电机激磁回路