

探地雷达方法原理及应用

曾昭发 刘四新 王者江 薛建 编著

科学出版社

北京

内 容 简 介

探地雷达 (Ground Penetrating Radar) 是一种较新的地球物理方法, 它利用宽带的电磁波, 以脉冲形式来探测地表之下或确定不可视物体的内部结构。经过几十年的发展, 探地雷达逐渐趋于成熟, 由于其具有高分辨率、高效率等优点, 因而广泛应用于工程与环境和资源等浅部地球物理领域, 并取得了很好的效果。

本书介绍了探地雷达的基本原理、天线、系统、测量方法技术、数据处理、解释与模拟, 以及在不同领域的应用等。本书重点对地面探地雷达进行了系统地介绍, 还对钻孔雷达的测量方式与方法进行了较详细地介绍。本书是在充分吸收国内外研究成果的基础上编著而成的, 目的是为在校大学生和从事探地雷达研究与应用的工程技术人员提供一本参考书。

图书在版编目(CIP) 数据

探地雷达方法原理及应用/曾昭发等编著. —北京: 科学出版社, 2006
ISBN 7-03-016924-7

I. 探… II. 曾… III. 雷达探测—电磁法勘探 IV. P631.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 012415 号

责任编辑: 罗 吉 田士勇/责任校对: 张怡君

责任印制: 钱玉芬/封面设计: 王 浩

科 学 出 版 社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

源海印刷有限责任公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2006 年 6 月第 一 版 开本: B5 (720× 1000)

2006 年 6 月第一次印刷 印张: 15 3/4

印数: 1—2 000 字数: 301 000

定价: 38 00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换〈环伟〉)

前 言

探地雷达 (Ground Penetrating Radar, 简称 GPR) 是用高频无线电波来确定介质内部物质分布规律的一种地球物理方法。探地雷达方法具有许多名称, 如地面探测雷达 (Ground-probing Radar)、地下雷达 (Subsurface Radar)、地质雷达 (Geo Radar)、脉冲雷达 (Impulse Radar)、表面穿透雷达 (Surface Penetrating Radar) 等, 都是指利用宽带电磁波以脉冲形式来探测地表之下或确定不可视的物体内部或结构。探地雷达是一种较新的地球物理方法, 在近 10 年的时间内, 逐渐成熟起来。探地雷达的发展既伴随着各种各样的应用需要, 又得到高新技术发展的推动。

探地雷达的发展大致可以分为 3 个阶段, 即发明阶段 (1904~ 1930 年)、发展阶段 (1930~ 1980 年) 和成熟阶段 (1980 年至今)。早在 1910 年, 德国人 Letmbach 和 Löwy 就在一份德国专利中阐明了探地雷达的基本概念。Hdlisenbeck (1926) 第一个提出应用电磁脉冲技术探测地下目标物, 并指出介电常数变化界面会产生电磁波反射。最早利用脉冲电磁波技术重复获得地下介质探测结果出现在 1961 年美国空军的报告中。由于地下介质比空气具有更强的电磁能量衰减特性, 加之地质情况的复杂性, 电磁波在地下的传播要比空气中的传播复杂得多。因此探地雷达应用初期, 仅限于对电磁波吸收很弱的冰层、岩盐等介质的探测。

登月和对月球探测的需要, 使对脉冲电磁波探测地下的这一研究课题得到了重视。这主要是由于探地雷达在这一方面的应用具有明显优越性, 即能利用发射的电磁波对介质内部进行遥测。20 世纪 70 年代以后, 随着电子技术的发展以及先进数据处理技术的应用, 探地雷达的应用从冰层、盐矿等弱耗介质逐渐扩展到土层、煤层, 以及岩层等有耗介质。探地雷达的实际应用范围迅速扩大, 现已覆盖考古、矿产资源勘探、灾害地质勘查、岩土工程调查、工程质量检测、工程建筑物结构调查和军事探测等众多领域, 并开发了地面、钻孔与航空卫星上应用的探地雷达系统。

探地雷达的工作频率高, 在地质介质中以位移电流为主, 并遵循波动方程。虽然探地雷达方法与地震方法采用的物理量不一样, 但是两者具有同一形式的波动方程, 均使用脉冲源, 且通过记录地下介质交界面的反射波或透射波来探测地下介质的分布。雷达波与地震波在运动学上的相似性, 使其在资料处理中可以借鉴后者的成果。当探地雷达与地震方法采用相同测量装置时, 地震资料处理中已经广泛使用的许多技术均可通过直接或进行简单修改后用于探地雷达方法的资料

处理中。

探地雷达未来的发展领域很多，例如数据处理、图像识别方法、模型研究以及更加有效的硬件系统。探地雷达在界面的探测中已经取得了很好的结果，将来在介质内部属性探测方面的需求不断增加，是探地雷达潜在的重要应用方向。

未来很可能使用探地雷达的工程技术部门将还有能源、通讯设施和矿产资源勘查领域、城市工程管理部门、无损检测组织、军事和安全单位、工程建设、考古学及其他科学研究领域。探地雷达的设计人员将考虑目前探地雷达的应用领域，并能不断地拓宽探地雷达的适用领域。有一种可能是提供一种标准的系统，而频率范围和天线类型可以根据所探测的目标进行改变，数据处理和显示也可以根据探测目的而进行修改。这样可以廉价地进行制造，并具有巨大性能价格比。另一种可能是提供一种探测系统，其目标固定，而处理软件可以固化到硬件中，提供快速测量和自动解释。

在我国，探地雷达的研究和应用也逐渐趋于成熟。仪器系统制造专家、地球物理专家和其他领域应用探地雷达的专家，都熟悉了探地雷达的性能和解决问题的能力。1994年李大心教授编著了《探地雷达方法与应用》，为推动探地雷达在我国的发展与应用起到了重要的作用。经过十多年，探地雷达在我国稳步发展。根据图0所示我国出版论文数可见，20世纪90年代开始，探地雷达的发展呈直线上升，而进入21世纪探地雷达出现了稳定发展的趋势。因而对探地雷达的成果进行总结以适应新时期探地雷达的发展和应用需要，正是本书的编著目的。

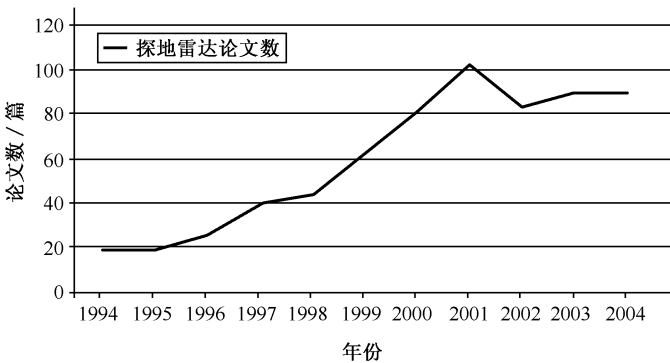


图0 探地雷达论文数发展趋势图

本书是在充分吸收国内外研究成果的基础上编著而成的，目的是为在校高年级大学生、研究生和从事探地雷达研究与应用的技术人员提供一本参考书。在本书的撰写过程中，曾昭发教授完成了第1章、第2章、第3章、第4章的全部和第7章、第8章的部分撰写工作；刘四新教授完成了第5章与第7章的撰写工作；王者江副教授完成了第6章；薛建高级工程师完成了第8章的撰写。全书由

曾昭发和刘四新统稿。

本书得到了国家自然科学基金项目(40474042)资助。在作者进行探地雷达的研究和本书的撰写中,挪威地质工程公司的孔凡年教授给予了诸多的帮助和指导;在撰写过程中,吉林大学林君教授给予了指导,并阅读了全部稿件,提出了修改意见;浙江大学田钢教授为本书的撰写提供了大量有益的建议,他同时还参与了其中许多实例的野外和室内工作。在图表的制作和清绘中,黄航、贾建秀两位老师付出了辛勤的劳动。本书成稿以后,国电昆明勘查设计研究院的曾宪强、张志清,华南物探公司孟凡强等均提供了大量的建议。吉林大学地球探测技术学院领导和教师们对我们研究工作撰写工作给予了极大的帮助,在此我们表示衷心感谢!书中一定还有许多不妥或错误之处,敬请专家批评指正。

作者

2006年3月

目 录

前言

第 1 章 探地雷达的基本理论	1
1.1 电磁波传播基本规律	1
1.1.1 麦克斯韦方程组	1
1.1.2 本构关系	1
1.1.3 探地雷达方法中电磁波的波动性	3
1.1.4 电磁波的横波性质	4
1.1.5 能流密度矢量	5
1.1.6 电磁位函数	6
1.2 平面电磁波	8
1.2.1 理想介质中的平面波	8
1.2.2 导电媒介中的平面波	14
1.2.3 平面波的极化	17
1.2.4 平面波的反射和透射	20
1.2.5 多层介质表面的正入射	27
1.2.6 色散和群速	30
参考文献	32
第 2 章 介质的电性质和电磁波的传播参数	33
2.1 介质的介电常数	33
2.1.1 电介质的极化和介电常数	33
2.1.2 矿物的介电常数	34
2.1.3 岩石的介电常数	35
2.1.4 土壤的介电常数	37
2.1.5 植被的介电常数	38
2.2 电性参数与频率关系	39
2.2.1 岩石的电阻率和介电常数与电磁场频率的关系	39
2.2.2 探地雷达“平台”	41
2.3 电磁波传播参数与介质电性质关系	42
2.3.1 电性参数对相速度的影响	42
2.2.2 电性参数对衰减系数的影响	46
参考文献	49

第 3 章 探地雷达天线	50
3.1 天线基本元的辐射	51
3.1.1 近场区	52
3.1.2 远场区	52
3.1.3 中间区	54
3.2 天线的基本参数	55
3.2.1 效率	55
3.2.2 输入阻抗	56
3.2.3 辐射方向图 (波瓣图)	56
3.2.4 方向系数	57
3.2.5 极化	58
3.2.6 增益系数	59
3.2.7 有效长度	59
3.2.8 工作频带宽度	60
3.2.9 接收天线的电参数	61
3.3 探地雷达的天线类型及辐射形式	61
3.3.1 天线在探地雷达系统中的作用	61
3.3.2 简单的探地雷达辐射系统——线天线	62
3.3.3 从线性天线到圆锥形天线、领结形天线、圆柱形天线	65
3.4 常见探地雷达天线	67
3.4.1 5100 型天线	67
3.4.2 3101D 型天线	67
3.4.3 MODEL 5103 型天线	68
3.4.4 5106 型天线	68
3.4.5 3207 和 3207A 型天线	68
3.4.6 3200 MLF 型低频天线	69
3.4.7 Subecho-40 和 Subecho-70 天线	69
3.4.8 4108 型角形天线	69
参考文献	70
第 4 章 探地雷达仪器系统和工作方法	71
4.1 探地雷达仪器系统	71
4.1.1 探地雷达系统的信号调制方式	71
4.1.2 时间域探地雷达	73
4.1.3 步进频率探地雷达 (SFGPR)	77
4.1.4 脉冲探地雷达和步进频率探地雷达的比较	79
4.2 探地雷达的测量方式	80

4.2.1	反射测量方式	80
4.2.2	折射测量方式	83
4.3	探地雷达野外测量设计	84
4.3.1	探地雷达适用性评价	85
4.3.2	目的体特性与所处环境分析	90
	参考文献	94
第5章	钻孔雷达	96
5.1	钻孔雷达的发展历史及现状	96
5.2	钻孔雷达的原理	97
5.3	单孔反射测量	99
5.4	跨孔测量	101
5.4.1	跨孔反射分析	101
5.4.2	层析成像分析	101
5.5	井一地测量	105
5.6	极化钻孔雷达测量	108
5.6.1	极化的原理	108
5.6.2	极化天线的实现	109
5.6.3	极化钻孔雷达的测量系统	110
5.6.4	极化钻孔雷达的刻度	111
5.7	定向钻孔雷达	121
5.7.1	定向接收天线方式	121
5.7.2	定向发射天线方式	123
5.8	钻孔雷达的应用实例	124
5.8.1	南非深部金矿的探测	124
5.8.2	冰川学 (Glaciology) 研究	127
5.8.3	确定煤层采空区	127
5.8.4	水文地质特征	130
5.8.5	地下裂缝分布的探测	131
	参考文献	135
第6章	探地雷达数据处理与解释	138
6.1	数据编辑	139
6.1.1	数据合并	139
6.1.2	废道剔除	139
6.1.3	测线方向一致化	139
6.1.4	漂移处理	139
6.2	常规处理	141

6.2.1	数字滤波的原理	141
6.2.2	反滤波 (反褶积)	144
6.3	偏移处理	156
6.3.1	偏移归位的概念	156
6.3.2	绕射扫描叠加	156
6.3.3	相移偏移方法	157
6.3.4	克希霍夫积分偏移方法原理	161
6.4	雷达图像的增强处理	163
6.4.1	振幅恢复	163
6.4.2	道内均衡	163
6.4.3	道间均衡	164
6.5	探地雷达资料解释	164
6.5.1	时间剖面的解释方法	165
6.5.2	雷达波速度的求取	166
	参考文献	167
第7章	探地雷达的数值模拟	168
7.1	射线追踪法	168
7.1.1	方法原理	169
7.1.2	收敛性问题	172
7.1.3	雷达波的衰减问题	172
7.1.4	数值模拟计算	172
7.1.5	应用实例	173
7.2	有限元法	175
7.2.1	雷达波和地震波之间运动学规律的对比	175
7.2.2	雷达波有限元正演模拟的实施	176
7.2.3	数值模拟	178
7.3	时间域有限差分 (FDTD) 法	181
7.3.1	FDTD 基本原理	181
7.3.2	解的稳定性及数值色散	188
7.3.3	吸收边界条件	193
7.3.4	FDTD 中常用激励源	195
7.3.5	计算实例	203
	参考文献	206
第8章	探地雷达应用	207
8.1	探地雷达在交通建设和维护中的应用	207
8.1.1	公路质量的探地雷达检测	207

8.1.2	隧道掌子面前方地质情况预报	209
8.1.3	隧道衬砌质量检测	211
8.2	探地雷达在水利工程质量探测中的应用	213
8.2.1	堤坝蚁巢、洞穴的探地雷达探测	213
8.2.2	水坝渗漏的探地雷达探测	214
8.3	探地雷达在城市建设与规划中的应用	215
8.3.1	地下管线探测	215
8.3.2	人防工程探测	216
8.3.3	地下结构物探测	217
8.4	探地雷达在灾害地质评价和监测中的应用	218
8.4.1	工程建筑场地下岩溶的探地雷达探测	219
8.4.2	采空区探地雷达探测	220
8.4.3	滑坡面的探地雷达探测	221
8.4.4	断层的探测	223
8.5	探地雷达在环境研究中的应用	225
8.5.1	地下水污染调查	225
8.5.2	垃圾掩埋场地选址与调查	226
8.5.3	地下废弃物调查	226
8.5.4	油气污染的监测	228
8.6	探地雷达在农业地质探测和研究中的应用	229
8.6.1	碱化层厚度探测	229
8.6.2	洪积扇区砾石层厚度探测	233
8.7	探地雷达在考古和军事探测中的应用	234
8.7.1	考古中的应用	234
8.7.2	军事中的应用	237
	参考文献	238

第 1 章 探地雷达的基本理论

1. 1 电磁波传播基本规律

1. 1. 1 麦克斯韦方程组

探地雷达采用高频电磁波进行测量。根据电磁波传播理论,高频电磁波在介质中的传播服从麦克斯韦方程组。

即

$$\Delta \times E = - \frac{\partial B}{\partial t} \quad (1. 1. 1a)$$

$$\Delta \times H = j + \frac{\partial D}{\partial t} \quad (1. 1. 1b)$$

$$\Delta \cdot B = 0 \quad (1. 1. 1c)$$

$$\Delta \cdot D = \rho \quad (1. 1. 1d)$$

式中, ρ 为电荷密度(C/m^3); J 为电流密度(A/m^2); E 为电场强度(V/m); D 为电位移(C/m^2); B 为磁感应强度(T); H 为磁场强度(A/m)。

式(1. 1. 1a)为微分形式的法拉第电磁感应定律;式(1. 1. 1b)称为安培电流环路定律,其中由麦克斯韦引入的一项 $\frac{\partial D}{\partial t}$ 可称为位移电流密度 J_d ,即

$$J_d = \frac{\partial D}{\partial t} \quad (1. 1. 2)$$

式(1. 1. 1c)和式(1. 1. 1d)分别称为磁荷不存在定律和电场高斯定理。

麦克斯韦方程组描述了电磁场的运动学规律和动力学规律。其中 E 、 B 、 D 和 H 这四个矢量称为场量,是在问题中需要求解的; J 和 ρ 中一个为矢量,一个为标量,均称为源量,一般在求解问题中是给定的。例如在利用时间域有限差分(FDTD)方法求解中,在已知的边界条件下,给定发射源的类型和大小等。

要充分确定电磁场的各场量,求解上述方程的四个参数是不够的,必须补进媒质的本构关系。

1. 1. 2 本构关系

所谓的本构关系是场量与场量的之间的关系,决定于电磁场所在介质中的性质。介质由分子或原子组成,在电场和磁场的作用下,会产生极化和磁化现象。由

于介质的多样性,本构关系也相当复杂。

最简单的介质是均匀、线性和各向同性介质,其本构关系为

$$J = \sigma E \quad (1.1.3a)$$

$$D = \varepsilon E \quad (1.1.3b)$$

$$B = \mu H \quad (1.1.3c)$$

式中, ε 为介电常数(F/m); μ 为导磁率(H/m); σ 为电导率(S/m), 均为标量常量, 也是反映介质电性质的参数。

获得这个本构关系后, 可以很容易地看到 E 和 B 是独立的实际场矢量, 而 D 和 H 是非独立的引出场矢量。这样麦克斯韦方程组的两个旋度方程和两个散度方程正好充分地描述了两个实际矢量场 E 和 B 的运动规律。

自然界的介质相当复杂, 电磁场在其中传播也很复杂。实验表明, 电场在介质中除了引起极化之外, 还会引起(交叉)磁化, 而磁场在媒质中除了引起磁化之外, 还会引起(交叉)极化。最普遍的本构关系可写成

$$cD = P \cdot E + L \cdot cB \quad (1.1.4a)$$

$$H = M \cdot E + Q \cdot cB \quad (1.1.4b)$$

式中, c 为真空中的光速(3×10^8 m/s); P 、 Q 、 L 和 M 为 3×3 的矩阵。以上两式可以写成矩阵形式

$$\begin{bmatrix} cD \\ H \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} E \\ cB \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} P & L \\ M & Q \end{bmatrix}$$

由于 4 个场矢量中可以有各种两两组合, 让其中两个为自变量而另外两个为函数, 因此, 普遍的本构关系还可以写成另一些形式。如以 E 、 H 为自变量的形式(黎滨洪等, 2002)

$$\begin{bmatrix} D \\ B \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} E \\ H \end{bmatrix} \quad (1.1.5)$$

式中,

$$C = \begin{bmatrix} \varepsilon & \xi \\ \zeta & \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P - L \cdot Q^{-1} \cdot M & L \cdot Q^{-1} \\ -Q^{-1} \cdot M & Q^{-1} \end{bmatrix} \quad (1.1.6)$$

为 6×6 矩阵, 称为本构参数矩阵。

按照本构参数矩阵的取值, 又可以将介质分为:

(1) 各向同性介质: $\xi = 0, \zeta = 0, \varepsilon = \varepsilon I, \mu = \mu I$ 。其本构关系简化为

$$D = \varepsilon E \quad (1.1.7a)$$

$$B = \mu H \quad (1.1.7b)$$

常见的空气、水、玻璃等介质, 在其中既无交叉极化也无交叉磁化, 而且极化、磁化与方向无关。与式(1.1.3)形式相同, 但含义不同。因为其中 ε 、 μ 不一定是常

标量。在真空中,其本构参数为 ϵ_0, μ_0 为

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9} \approx 8.85 \times 10^{-12} \text{ (F/m)} \quad (1.1.8a)$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ (H/m)} \quad (1.1.8b)$$

(2) 各向异性介质: $\xi = 0, \zeta = 0, \epsilon \neq \epsilon I, \mu \neq \mu I$ 。其本构关系为

$$D = \epsilon \cdot E \quad (1.1.9a)$$

$$B = \mu \cdot H \quad (1.1.9b)$$

在这种介质中,没有交叉极化和磁化,但极化和磁化与方向有关。例如探地雷达在各向异性的晶体测量中,介电常数具有如下形式

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon \end{bmatrix}$$

结合介质的本构关系,可以把麦克斯韦方程写成只含有两个矢量场的形式,例如在简单的各向同性介质中有

$$\Delta \times H = -\mu \frac{\partial H}{\partial t} \quad (1.1.10a)$$

$$\Delta \times H = \epsilon \frac{\partial E}{\partial t} + J \quad (1.1.10b)$$

$$\Delta \cdot (\mu H) = 0 \quad (1.1.10c)$$

$$\Delta \cdot (\epsilon E) = \rho \quad (1.1.10d)$$

这个已包含本构关系在内的方程组称为限定形式的麦克斯韦方程组。探地雷达通常采用高频脉冲电磁波进行探测,所遇的介质一般可以简化为各向同性介质,有时也需要考虑各向异性的问题如岩石含水量等探测(Carcione, 1996)。

1.1.3 探地雷达方法中电磁波的波动性

麦克斯韦方程组描述了场随时间变化的一组耦合的电场和磁场。输入一个电场时,变化的电场产生变化的磁场。电场和磁场相互激励的结果是电磁场在介质中传播。探地雷达利用天线产生电磁场能量在介质中传播,根据麦克斯韦方程,以及上述的本构关系。可以写成如下的形式

$$\Delta \times \Delta \times E = -\frac{\partial}{\partial t} (\Delta \times \mu H)$$

将安培定律(1.1.1b),代入上式可以得到

$$\Delta \times \Delta \times E = -\frac{\partial}{\partial t} \left[J + \frac{\partial D}{\partial t} \right] = -\mu \sigma \frac{\partial E}{\partial t} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

整理可以得到

$$\Delta \times \Delta \times E + \mu\sigma \frac{\partial E}{\partial t} + \mu\varepsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \quad (1.1.11)$$

同理可以获得

$$\Delta \times \Delta \times H + \mu\sigma \frac{\partial H}{\partial t} + \mu\varepsilon \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = 0 \quad (1.1.12)$$

式(1.1.11)和式(1.1.12)为电磁场的亥姆霍兹(Helmholtz)方程,表征了电磁波的传播方式。在求电磁波在介质中的传播规律,有人上述方程出发,采用有限差分或谱方法进行求解。根据两个方程,可以得到如下的认识:

(1) 电场 E 和磁场 H 是以波动形式运动的,他们共同构成电磁波。

(2) 对于探地雷达,源为天线中的电流密度变化,产生电磁波,并向外辐射。

(3) 式(1.1.11)和式(1.1.12)共有三项,第一项表征电磁波随空间的变化;第二项是传导电流的贡献;第三项是位移电流的贡献。

(4) 将式(1.1.11)和式(1.1.12)的波动方程与数理方程中的标准波动方程($\Delta^2 u - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$)比较,可知电磁波的传播速度

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \quad (1.1.13)$$

在真空中为

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

(5) 凡是波都可脱离波源而独立传播,在这一点上,电磁波与弹性波、声波一样。但电磁波在真空中也可以传播,这与弹性波不同。在探地雷达的数字模拟中,边界条件与弹性波等有一定的差别,即不存在自由边界的问题。

(6) 在式(1.1.11)和式(1.1.12)的波动方程式从麦克斯韦方程组推导出来的,则意味着它只是麦克斯韦方程组的必要条件,而不是充分条件,它们是不等价的。因为它只是电场或磁场的运动规律的体现,而没有表达出电场和磁场之间的关系。可见波动方程的解不一定满足麦克斯韦方程组,即不一定是客观存在的电磁波。实际上,通常是先从一个波动方程求解出 E 或 H ,然后将它代入麦克斯韦方程组中从而计算出另一个,这样就保证了它们的客观存在的场。

1.1.4 电磁波的横波性质

电磁波的传播是波动的。根据麦克斯韦方程组和波动方程,可以知道电场的方向与电磁波的运动方向相互垂直,是一种横波(图 1.1)。他们的空间关系可以表述如下。

数学上,式(1.1.11)的解可以表示成如下形式

$$E = f(\vec{r}, k, t) \hat{u} \quad (1.1.14)$$

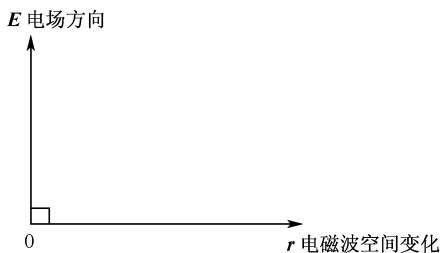


图 1.1 电场与其传播方向示意图

式中, \hat{u} 为电场方向; \hat{k} 为电场空间变化方向。

让我们来求电场强度的旋度, 即

$$\Delta \times E = \hat{k} \times \hat{u} \frac{\partial f}{\partial \beta}(\beta, t) \quad (1.1.15)$$

式中, $\beta = \vec{r} \cdot \vec{k}$ 。

根据法拉第定律, 变化的磁流密度可以表示如下

$$\frac{\partial B}{\partial t} = -\Delta \times E = -\hat{k} \times \hat{u} \frac{\partial f}{\partial \beta} \quad (1.1.16)$$

可见, 磁矢量方向垂直于电场强度矢量 E 和电场的空间变化 \hat{k} 方向, 即 $\hat{w} = \hat{k} \times \hat{u}$ (图 1.2)。

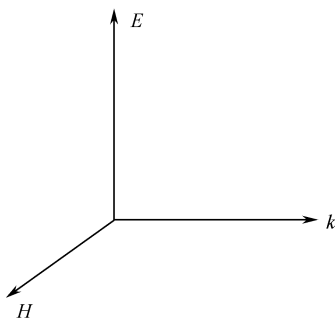


图 1.2 电场和磁场与电磁波运动方向示意图

1.1.5 能流密度矢量

上面论述了电磁波的传播是一种波动的形式, 而且是电场与磁场相互作用进行传播的。那么, 波动就是一种能量传输的一种基本方式。电磁波的传播过程就是电磁场能的传输过程。能量在空间的传输形成能流场。为了描述能量在空间的

传输,通常采用能流密度矢量(S)的概念或称为坡印廷矢量。定义: S 的方向指向能量流动的方向; S 的大小等于单位时间内通过与 S 垂直的、单位面积的电磁波能量。

要使介质的状态发生变化,就需要外界对介质做功。外界对单位体积介质的电磁功率为

$$P = E \cdot \frac{\partial D}{\partial t} + H \cdot \frac{\partial B}{\partial t} \quad (1.1.17)$$

根据麦克斯韦方程组,可以得到

$$P = E \cdot (\Delta \times H) - H \cdot (\Delta \times E) - E \cdot j \quad (1.1.18)$$

可以表示为

$$P = -\Delta \times (E \times H) - E \cdot j \quad (1.1.19)$$

如果空间有任意一个闭合曲面,则曲面中能量的增加率为

$$\frac{dW}{dt} = \iiint_{\Omega} P d\tau$$

根据高斯定理,上式可表示为

$$\frac{dW}{dt} = \oiint_S (E \times H) dS + \iiint_{\Omega} E \cdot j d\tau \quad (1.1.20)$$

上式右边的第一项是每秒由闭合曲面流出的能量;第二项是电场每秒对传导电流所作的功。由第一项的表达式可知,电磁场的能流密度矢量为

$$S = E \times H \quad (1.1.21)$$

该表达式说明电磁场的运动必须由相互垂直的 E 和 H 组成,他们相互作用形成了电磁波,能流的方向垂直于相互作用的电场 E 和磁场 H 。

1.1.6 电磁位函数

麦克斯韦方程组虽是描写电磁场运动的基本方程,但它是耦合方程组,数学上并不能直接求解;而波动方程虽已把方程去耦,但场分量与源分量之间存在复杂的微分关系,亦给方程的求解带来很大的困难。为了数学上的解析求解方便,往往引入一些称为电磁位函数的辅助函数,并先求解其基本方程,然后计算出电磁场。

1.1.6.1 矢位和标位

假设

$$B = \Delta \times A \quad (1.1.22)$$

$$E = -\Delta \Phi - \frac{\partial A}{\partial t} \quad (1.1.23)$$

式中,假设 A 为电磁矢位; Φ 为电磁标位。

将上面两式代入麦克斯韦方程组,并进行推导,可以获得

$$\Delta^2 A - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \Delta \left[\Delta \cdot A + \mu \varepsilon \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right] = -\mu J \quad (1.1.24)$$

$$\Delta^2 \Phi - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - \Delta \left[\Delta \cdot A + \mu \varepsilon \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right] = -\frac{\rho}{\varepsilon} \quad (1.1.25)$$

在这两个方程里,待求量 A 和 Φ 与已知矢量 J 和 ρ 之间的关系简单直接,这一点比场矢量的波动方程好得多。但两个方程仍然是相互耦合的。前面引入 A 时,只规定了它的旋度等于 B ,而它的散度可以是任意的。假设

$$\Delta \cdot A = -\mu \varepsilon \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (1.1.26)$$

则方程(1.1.24)、(1.1.25)可以简化为

$$\Delta^2 A - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = -\mu J \quad (1.1.27)$$

$$\Delta^2 \Phi - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon} \quad (1.1.28)$$

以上两式为电磁矢位和电磁标位的基本方程,也是容易求解的波动方程。而式(1.1.26)称为洛伦兹(规范)条件。如场矢量波动方程与麦克斯韦方程不全等价一样,位函数的波动方程(1.1.27)和(1.1.28)与麦克斯韦方程组也是不全等价。必须将它们与洛伦兹条件联立起来,才和麦克斯韦方程组等价,这时求解出来的 A 和 Φ 才是客观存在的电磁场。

1.1.6.2 赫兹矢量

赫兹矢量这一位函数在探地雷达的天线设计中的导行波问题和辐射问题中被广泛地使用。若源电流密度为无旋的,例如短线电流元,则它可以等效为极化电流密度的形式,即

$$J = \frac{\partial P}{\partial t} \quad (1.1.29)$$

式中, P 称为电流源的等效极化强度。用电流连续方程 $\Delta \cdot J = \frac{\partial \rho}{\partial t}$ 代入上式,则可得等效极化电荷

$$\rho = -\Delta \cdot P \quad (1.1.30)$$

在洛伦兹条件下,电磁矢位和电磁标位所满足的波动方程可以写成

$$\left[\Delta^2 - \mu \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] A = -\mu \frac{\partial P}{\partial t} \quad (1.1.31)$$

$$\left[\Delta^2 - \mu \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \Phi = -\frac{\Delta \cdot P}{\varepsilon} \quad (1.1.32)$$

定义电磁赫兹矢量 Π , 使

$$A = \mu \frac{\partial \Pi}{\partial t} \quad (1.1.33)$$

则式(1. 1. 31)可写成

$$\left[\Delta^2 - \mu \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \Pi_e = - \frac{P}{\varepsilon} \quad (1. 1. 34)$$

将式(1. 1. 33)代入洛伦兹条件,可以得到

$$\Phi = - \Delta \cdot \Pi_e \quad (1. 1. 35)$$

可见, Φ 不必从式(1. 1. 32)求出,而可以直接从式(1. 1. 35)解出的 Π_e 算出,因此仅用 Π_e 可以描写电磁场,这就是赫兹矢量的优点。一旦从式(1. 1. 34)结合相应的边界条件求得 Π_e ,就可以计算出电磁场。

$$B = \mu \varepsilon \Delta \times \frac{\partial \Pi_e}{\partial t} \quad (1. 1. 36)$$

$$E = \Delta (\Delta \cdot \Pi_e) - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \Pi_e}{\partial t^2} \quad (1. 1. 37)$$

1. 2 平面电磁波

探地雷达多采用脉冲的高频电磁波进行介质探测。脉冲的高频电磁波可以通过傅氏变换进行分解,即将电磁脉冲分解成一系列不同频率的谐波组成。而这些谐波的传播一般都可以近似为平面波的传播形式。可见探地雷达的理论基础是平面谐波在介质中传播规律。本节将对这一方面进行阐述。

1. 2. 1 理想介质中的平面波

在无界空间充满均匀、各向同性的理想介质时,对均匀平面波的传播特性进行讨论。此时齐次矢量波动方程为

$$\Delta^2 E - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \quad (1. 2. 1a)$$

$$\Delta^2 H - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = 0 \quad (1. 2. 1b)$$

我们只需讨论式(1. 2. 1a),相应的 H 的解可直接由麦克斯韦方程得出。不失一般性,假设 x 轴与 E 同向,即 E 只有 E_x 分量。由于介质是均匀的, E_x 在 xy 平面内也是均匀的,即

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} = 0$$

式(1. 2. 1a)简化为

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \mu \varepsilon \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} \quad (1. 2. 2)$$

此方程的通解为

$$E_x = f_1(z - vt) + f_2(z + vt) \quad (1.2.3)$$

式中,

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}} \quad (1.2.4)$$

$f_{1,2}(z)$ 表示 $z = z \pm vt$ 的任何函数。

现在我们讨论特解 $z = z \pm vt$ 的物理意义。在某特定时间 $t = t_1$, $f_1(z - vt)$ 是 z 的函数,如图 1.3(a) 所示,当 t 由 t_1 增大到 $t_2 = t_1 + \Delta t$ 后, $f_1(z - vt)$ 仍为 z 的同形函数,仅仅是在 z 轴上向 $+z$ 方向移动了距离 $v\Delta t$,如图 1.3(b) 所示。这说明 $f_1(z - vt)$ 表示了一个以速度 v 沿 $+z$ 方向传播的波。同理可知,特解 $E_x = f_2(z + vt)$ 表示了一个以速度 v 沿 $-z$ 方向传播的波。

以上讨论说明了时变电磁场是以电磁波的形式存在的。下面讨论时谐情况下电磁波的表达形式,在上述条件下, E_x 是一个仅与 z 有关的向量,式(1.2.2)对应的向量形式为齐次亥姆霍兹(Helmholtz)方程。

$$\frac{d^2 E_x}{dz^2} + k^2 E_x = 0 \quad (1.2.5)$$

式中, k 为介质中的波数

$$k = \omega \sqrt{\mu \varepsilon} \quad (1.2.6)$$

式(1.2.5)为一个常微分方程,其解为

$$E_x = E_x^+(z) + E_x^-(z) = E_0^+ e^{-jkz} + E_0^- e^{jkz} \quad (1.2.7)$$

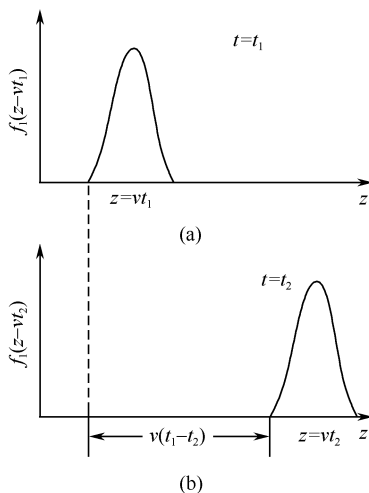


图 1.3 沿 $+z$ 方向传播的波

式中, E_0^+ 是由波源强度决定的常数,若选用 $\cos(\omega t)$ 为基准,上式右边第一项对应的瞬态表达式为

$$E_x^+(z, t) = \operatorname{Re}[E_x^+(z)e^{j\omega t}] = E_0^+ \cos(\omega t - kz) \quad (\text{V/m}) \quad (1.2.8)$$

显然式(1.2.8)对应于式(1.2.3)中 $f_1(z - vt)$, 它代表了向 $+z$ 方向行进的正弦波, 振幅为 E_0^+ , 其等相位面由下式确定

$$\omega t - kz = \text{常数} \quad (1.2.9)$$

是一个垂直于 z 轴的平面。等相位面的行进速度为

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k} = v \quad (1.2.10)$$

即理想介质中等相位面的传播速度(相速)等于光速。波数与相速, 波长的关系可归纳为

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (\text{rad/m}) \quad (1.2.11)$$

式(1.2.7)右边的第二项代表以相同速度 v 向 $-z$ 方向行进的正弦波。所以式(1.2.7)为向 $\pm z$ 方向传播的均匀平面波的向量表达式, 式(1.2.8)为向 $+z$ 方向传播的均匀平面波的瞬态表达式。相应的沿 $-z$ 方向传播的均匀平面波的瞬态表达式只需在式(1.2.8)中将 $(\omega t - kz)$ 改为 $(\omega t + kz)$ 即可。在无界区域, 不存在反射波, 因此若假设源位于左方, 沿 $-z$ 方向传播的波就不存在, 即 $E_0^- = 0$ 。然而, 如果媒介中存在不连续性, 则无论源在何方, 都将同时存在 E^+ 和 E^- , 这将在以后的章节中看到。

由麦克斯韦方程可直接得到与 E 相对应的 H

$$\Delta \times E = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x^+(z) & 0 & 0 \end{vmatrix} = -j\omega\mu(a_x H_y^+ + a_y H_x^+ + a_z H_z^+) \quad (1.2.12)$$

由此可得

$$H_x^+(z) = 0 \quad (1.2.13a)$$

$$H_y^+(z) = \frac{k}{\omega\mu} E_x^+(z) \quad (1.2.13b)$$

$$H_z^+(z) = 0 \quad (1.2.13c)$$

定义

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (\Omega) \quad (1.2.14)$$

为介质的本征阻抗, 自由空间本征阻抗为 $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi \approx 377\Omega$ 。则有

$$H_y^+(z) = \frac{1}{Z} E_x^+(z) \quad (\text{A/m}) \quad (1.2.15)$$

在理想介质中 Z 为一正实数, $H_y^+(z)$ 和 $E_x^+(z)$ 同相, H 的瞬态表达式为

$$H(z, t) = a_y \operatorname{Re}[H_y^+(z)e^{j\omega t}] = a_y \frac{E_0^+}{Z} \cos(\omega t - kz) \quad (1.2.16)$$

所以均匀平面的电场与磁场的振幅之比等于媒介的本征阻抗,且 E 垂直 H , E 、 H 均垂直于传播方向, E 、 H 与传播方向依次满足右手定则。

1. 2. 1. 1 横电磁波(TEM 波)

在上述讨论中,选取 x 坐标轴与电场强度矢量方向平行,得到相应的磁场为 y 方向而且沿 $+z$ 方向传播的均匀平面波,也就是说 E 和 H 相互垂直,两者又都在垂直于传播方向的平面内,这就是横电磁波(TEM 波)的特征。但这仅仅是横电磁波的一种特例,因为并不能保证在任何时候坐标轴都与场矢量方向一致。现在就来考虑沿任意方向传播的均匀平面波的一般情况。

对于沿 $+z$ 方向传播的均匀平面波,电场强度的向量表达式为

$$E(z) = E_0 e^{-jkz} \quad (1. 2. 17)$$

式中, E_0 是一个表征电场强度复振幅和方向的常矢量。相应地,不难写出在直角坐标下沿任意方向传播的均匀平面波的一般形式为

$$E(x, y, z) = E_0 e^{-j(k_x x + k_y y + k_z z)} \quad (1. 2. 18)$$

由齐次亥姆霍兹方程容易得到

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2 + \omega^2 \mu \epsilon \quad (1. 2. 19)$$

定义波数矢量为大小等于波数,方向平行于波的传播方向的一个矢量,即

$$k = k_x a_x + k_y a_y + k_z a_z = k a_n \quad (1. 2. 20)$$

式中, a_n 是沿传播方向的单位矢量。式(1. 2. 18)可简写为

$$E(R) = E_0 e^{-jk \cdot R} = E_0 e^{-jka_n \cdot R} \quad (\text{V/m}) \quad (1. 2. 21)$$

式中, R 是位置矢量,在直角坐标系中有

$$R = xa_x + ya_y + za_z \quad (1. 2. 22)$$

$a_n \cdot R = \text{常数}$, 表示一个垂直于 a_n 的平面方程。几何关系见图 1. 4。式(1. 2. 21)就表示了一个沿 a_n 方向传播的平面波,它在任何坐标系下都成立。在无源区域

$$\Delta \times E = 0 \quad (1. 2. 23)$$

对于均匀平面波,式(1. 2. 21)中 E_0 是一个常矢量,上式可化为

$$E_0 \cdot \Delta (e^{-jka_n \cdot R}) = 0 \quad (1. 2. 24)$$

即

$$-jk(E_0 \cdot a_n) e^{-jka_n \cdot R} = 0$$

要求上式成立,只有

$$a_n \cdot E_0 = 0 \quad (1. 2. 25)$$

所以,在一般情况下,TEM 波仍要求电场矢量垂直于传播方向。

由麦克斯韦方程可直接得出相应的磁场强度为

$$H(R) = -\frac{1}{j\omega\mu} \Delta \times E(R) \quad (1. 2. 26)$$

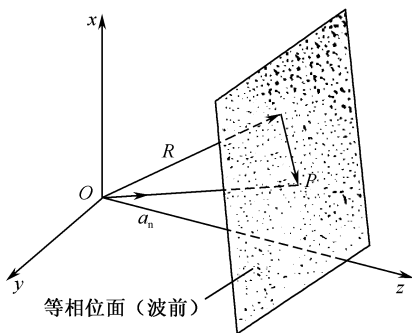


图 1.4 a_n = 常数时的几何关系

将式(1.2.21)代入式(1.2.26), 并做与式(1.2.24)类似的处理, 可得

$$H(R) = \frac{1}{Z} a_n \times E(R) \quad (\text{A/m}) \quad (1.2.27a)$$

或

$$H(R) = \frac{1}{Z} (a_n \times E_0) e^{-j k a_n \cdot R} \quad (\text{A/m}) \quad (1.2.27b)$$

式中, Z 是媒质的本征阻抗。

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (1.2.28)$$

式(1.2.27)说明, 沿任意方向 a_n 传播的均匀平面波是 TEM 波, 且 E 垂直 H , E 和 H 又都垂直于 a_n , E , H 和 a_n 依次满足右手定则。

1.2.1.2 平面波的功率流密度

电磁波的运动伴随着电磁能量的运动, 电磁能量以电磁波的形式在空间传播。在前面我们讨论了电磁波中的能量关系, 并定义了电磁波的瞬时功率流密度矢量, 即坡印廷矢量 $S(t)$ 。但在不少场合, 平均功率密度比瞬时功率密度更为重要。在此我们就讨论平面波的平均功率流密度矢量及其计算方法。

对于时谐电磁波, 我们已经体会到应用向量形式更为方便, 而且由向量形式得出瞬时值也很容易, 如在以 $\cos(\omega t)$ 为基准时, 对于下列向量表达式

$$E(z) = a_x E_0 e^{-jkz} \quad (1.2.29a)$$

其瞬时值表达式为

$$E(z, t) = \text{Re}[E(z) e^{j\omega t}] = a_x E_0 \cos(\omega t - kz) \quad (1.2.29b)$$

相应的磁场强度的向量表达式为

$$H(z) = a_y \frac{E_0}{Z} e^{-jkz} \quad (1.2.30a)$$

上式中已假设媒介是无耗的, 即其中的本征阻抗 Z 为实数, 对于以后将要看到的

有耗媒质,只需将 Z 看作复数,处理过程相同。上述磁场强度 $H(z)$ 的瞬时表达式为

$$H(z, t) = a_y \frac{E_0}{Z} \cos(\omega t - kz) \quad (1.2.30b)$$

必须注意的是,式(1.2.29)和式(1.2.30)中的对应关系,只有在含有向量的运算或方程是线性时才能成立。若将其用于非线性运算,如向量的积等,就会导致错误的结果,如对于瞬时功率密度矢量,正确的应由式(1.2.29b)和式(1.2.30b)得

$$\begin{aligned} S(z, t) &= E(z, t) \times H(z, t) = \operatorname{Re}[E(z)e^{j\omega t}] \times \operatorname{Re}[H(z)e^{j\omega t}] \\ &= a_z \frac{E_0^2}{Z} \cos^2(\omega t - kz) \\ &= a_z \frac{E_0^2}{2Z} [1 + \cos(2\omega t - 2kz)] \end{aligned} \quad (1.2.31)$$

但是若用式(1.2.29a)和式(1.2.30a)矢积后再取实部得

$$\operatorname{Re}[E(z) \times H(z)e^{j\omega t}] = a_z \frac{E_0^2}{Z} \cos(\omega t - 2kz) \quad (1.2.32)$$

式(1.2.32)和式(1.2.31)结果明显不同,是不正确的。事实上,在普遍意义上,有下述结论

$$\operatorname{Re}[Ee^{j\omega t}] \times \operatorname{Re}[He^{j\omega t}] \neq \operatorname{Re}[E \times He^{j\omega t}] \quad (1.2.33)$$

对于式(1.2.31),我们所关心的是时间平均坡印廷矢量 $S_{av}(z)$ 为

$$S_{av}(z) = \frac{1}{T} \int_0^T S(z, t) dt = a_z \frac{E_0^2}{2Z} \quad (1.2.34)$$

式中, T 为时谐波的时间周期,且有 $T = 2\pi/\omega$, 所以,式(1.2.31)的第二项在一个周期内的平均值为零。

一般地

$$\begin{aligned} S(R, t) &= \operatorname{Re}[E(R)e^{j\omega t}] \times \operatorname{Re}[H(R)e^{j\omega t}] \\ &= \frac{1}{2} [E(R)e^{j\omega t} + E^*(R)e^{-j\omega t}] \\ &\quad \times \frac{1}{2} [H(R)e^{j\omega t} + H^*(R)e^{-j\omega t}] \\ &= \frac{1}{4} \{ [E(R) \times H^*(R) + E^*(R) \times H(R)] \\ &\quad + [E(R) \times H(R)e^{j2\omega t} + E^*(R) \times H^*(R)e^{-j2\omega t}] \} \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{Re}[E(R) \times H^*(R) + E(R) \times H(R)e^{j\omega t}] \end{aligned} \quad (1.2.35)$$

将上式在一个时间周期内积分求平均值,第二项积分结果为零,所以有

$$S_{av}(R) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[E(R) \times H^*(R)] \quad (1.2.36a)$$

上式可简写为

$$S_{av} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[E \times H^*] \quad (1.2.36b)$$

这就是沿任意方向传播的电磁波的时间平均功率密度计算公式。

1.2.2 导电媒介中的平面波

探地雷达应用对象主要是有耗的介质。在早期探地雷达的资料处理和解释中,曾不考虑导电率的作用,随着探测精度的提高和要求的提高,目前不仅考虑介质电导率对电磁波的损耗,也影响电磁波的传播速度。在导电媒介中 $\sigma \neq 0$,由欧姆定律 $J = \sigma E \neq 0$,所以

$$\Delta \times H = \frac{\partial D}{\partial t} + J = \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} + \sigma E \quad (1.2.37)$$

对于时谐电磁波

$$\Delta \times H = j\omega \varepsilon E + \sigma E = j\omega \varepsilon_c E \quad (1.2.38)$$

式中, ε_c 为等效介电常数,它是一个复数

$$\varepsilon_c = \varepsilon - j \frac{\sigma}{\omega} \quad (1.2.39)$$

在无源区域,麦克斯韦方程的其他三个方程不变,即

$$\Delta \times E = -j\omega \mu H \quad (1.2.40a)$$

$$\Delta \cdot E = 0 \quad (1.2.40b)$$

$$\Delta \cdot H = 0 \quad (1.2.40c)$$

因而在无源导电媒质中,场量由式(1.2.38)和式(1.2.39)支配,它与无源理想媒质中的麦克斯韦方程形式相同,只需将 ε 用 ε_c 来代替。不难验证,电场强度矢量仍满足齐次亥姆霍兹方程,形式为

$$\Delta^2 E + \omega^2 \mu \varepsilon_c E = \Delta^2 E + k_c^2 E = 0 \quad (1.2.41)$$

式中, $k_c = \omega \sqrt{\mu \varepsilon_c}$ 也是一个复数。上一节中有关平面波在理想媒质中传播的讨论结果仍然有效,只需对相应的公式稍加修正,即把其中的 k 换成 k_c ,它们就可以用于平面波在导电媒质中传播的情况了。习惯上,定义一个传播常量 γ ,即

$$\gamma = jk_c = j\omega \sqrt{\mu \varepsilon_c} \quad (1.2.42)$$

因为 γ 是复数,可进一步分解为

$$\gamma = \alpha + \beta \quad (1.2.43)$$

式中 α 和 β 分别是 γ 的实部和虚部,利用式(1.2.39)和式(1.2.42)可得

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu \varepsilon}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega \varepsilon} \right)^2} - 1 \right]} \quad (1.2.44a)$$

$$\beta = \omega \sqrt{\frac{\mu \varepsilon}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega \varepsilon} \right)^2} + 1 \right]} \quad (1.2.44b)$$

式(1. 2. 41)的亥姆霍兹方程成为

$$\Delta^2 E - \gamma^2 E = 0 \quad (1. 2. 45)$$

对于沿 + z 方向传播的均匀平面波,式(1. 2. 45)的解为

$$E = a_x E_x = a_x E_0 e^{-\gamma z} = a_x E_0 e^{-\alpha z} e^{-\beta z} \quad (1. 2. 46)$$

这里已假设电场强度矢量方向也与 x 轴一致。由式(1. 2. 44)可以看出,α 和 β 都是正数,所以式(1. 2. 46)中第一个因子 e^{-αz} 随 z 的增加而减小,因而 α 是衰减常数。在国际单位制中,衰减常数的单位是奈贝每米(Np/m),意指波传播 1m 后,其单位振幅衰减至 e⁻¹ (≈0. 368)。第二个因子 e^{-βz} 是相位因子,β 称为相位常数,单位是弧度每米(rad/m),意指波传播 1m 距离所产生的相移量。对于理想媒质,σ = 0 则 α = 0, β = k = ω √μ ε,与上一节结论一致。

由式(1. 2. 44)看出,α 和 β 与角频率 ω,本构参数 ε,μ 和 σ 的关系十分复杂,下面讨论在低耗媒质和良导体中 α 和 β 的近似表达式,以便于实际使用。

首先将式(1. 2. 39)重写为

$$\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon'' \quad (1. 2. 47)$$

式中,ε' = ε; ε'' = $\frac{\sigma}{\omega}$ 。由式(1. 2. 39)可以看出,比值 $\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}$ 表示了传导电流与位移电流的幅度之比,它反映了媒质中的欧姆损耗,定义了损耗角正切

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon} \quad (1. 2. 48)$$

上式中 δ 成为损耗角。损耗角正切是应用于衡量介质损耗特性的一个常用量,是介质的一个重要电性能参数。凡是 σ ≫ ωε 的媒质成为良导体,而 ωε ≪ σ 的媒质称为良绝缘体或低损耗媒质。同一种媒质在低频时可能是良导体,而在很高频率是又可能具有低损耗媒质的特性。例如,潮湿土地的相对介电常数大约为 10,电导率 σ 大约为 10⁻² (S/m)。则在 1kHz 时,其损耗角正切 tg δ 等于 1. 8 × 10⁴,呈良导体特性;而在 10GHz 时,其损耗角正切等于 1. 8 × 10⁻³,它就具有了低损耗媒质的特征。所以在处理问题时,首先要在所用频率上计算损耗角正切,判断媒质特性。

1. 2. 2. 1 低损耗媒质

对于低损耗媒质,ε'' ≪ ε' 或 $\frac{\sigma}{\omega \varepsilon} \ll 1$ 。对式(1. 2. 42)泰勒级数展开,并取二次项近似,可得

$$\begin{aligned} \gamma &= \alpha + j\beta = j\omega \sqrt{\mu \varepsilon} \left[1 + \frac{\sigma}{j\omega \varepsilon} \right]^{\frac{1}{2}} \\ &\approx j\omega \sqrt{\mu \varepsilon} \left[1 + \frac{\sigma}{j2\omega \varepsilon} + \frac{1}{8} \left(\frac{\sigma}{\sigma \varepsilon} \right)^2 \right] \end{aligned}$$

由此可得衰减常数

$$\alpha \approx \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \frac{\omega}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \left(\frac{\epsilon''}{\epsilon'} \right) \quad (\text{Np/m}) \quad (1.2.49)$$

相位常数

$$\begin{aligned} \beta &\approx \omega \sqrt{\mu \epsilon} \left[1 + \frac{1}{8} \left(\frac{\sigma}{\omega \epsilon} \right)^2 \right] \\ &= \omega \sqrt{\mu \epsilon} \left[1 + \frac{1}{8} \left(\frac{\epsilon''}{\epsilon'} \right)^2 \right] \quad (\text{rad/m}) \end{aligned} \quad (1.2.50)$$

由式(1.2.49)可以看出,低损耗媒质的衰减常数是一个正数,且与电导率 σ 成正比。在式(1.2.50)中,相位常数 β 与理想媒质中的 $k = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$ 值只存在微小差别。

低损耗媒质的本征阻抗是一个复数

$$\begin{aligned} Z_c &= \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon} \left(1 + \frac{\sigma}{j\omega \epsilon} \right)^{-\frac{1}{2}}} \approx \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon} \left(1 + j \frac{\sigma}{2\omega \epsilon} \right)} \\ &= Z \left[1 + j \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon''}{\epsilon'} \right) \right] \quad (\Omega) \end{aligned} \quad (1.2.51)$$

因为均匀平面波的本征阻抗等于 E_x/H_y ,所以在低损耗媒质中,电场强度与磁场强度不再相同,这一点与理想媒质中的情况是完全不同的。

类似于处理式(1.2.10)的方式,可得相速度 v_p 等于 $\frac{\omega}{\beta}$ 。由式(1.2.50)可得

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} \approx \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}} \left[1 - \frac{1}{8} \left(\frac{\sigma}{\omega \epsilon} \right)^2 \right] \quad (1.2.52)$$

1.2.2.2 良导体

对于良导体, $\epsilon'' \gg \epsilon'$ 或 $\left(\frac{\sigma}{\omega \epsilon} \right) \gg 1$,即1与 $\frac{\sigma}{j\omega \epsilon}$ 相比可以忽略,于是有

$$\gamma \approx j\omega \sqrt{\mu \epsilon} \left(\frac{\sigma}{j\omega \epsilon} \right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{j\omega\mu\sigma} = (1+j) \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}$$

所以对于良导体

$$\alpha \approx \beta \approx \sqrt{\pi f\mu\sigma} \quad (1.2.53)$$

即良导体中 α 与 β 的值大致相等,而且都随 \sqrt{f} 和 $\sqrt{\sigma}$ 成正比增加。

良导体的本征阻抗为

$$Z_c = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon_c}} \approx (1+j) \sqrt{\frac{\pi f\mu}{\sigma}} = (1+j) \frac{\alpha}{\sigma} \quad (\Omega) \quad (1.2.54)$$

其相角为 45° ,这说明良导体中磁场强度的相位滞后于电场强度 45° 。

在良导体中的相速为

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} \approx \sqrt{\frac{2\omega}{\mu\sigma}} \quad (\text{m/s}) \quad (1.2.55)$$

它正比于 \sqrt{f} 和 $\frac{1}{\sqrt{\sigma}}$ 。

由式(1. 2. 53)可见,高频电磁波在良导体中的衰减常数 α 变得非常大。高频电磁波在良导体中传播时衰减得非常快。定义平面波振幅衰减至原来的 e^{-1} 或36. 8%的传播距离为导体的趋肤深度或穿透深度 δ

$$\delta = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} \quad (\text{m}) \quad (1. 2. 56)$$

对于良导体, $\alpha \approx \beta$,则 δ 也可写成

$$\delta = \frac{1}{\beta} = \frac{\lambda}{2\pi} \quad (\text{m}) \quad (1. 2. 57)$$

在探地雷达波段,良导体中波长 λ 很小,因而良导体的趋肤深度是如此之小,以致在实际应用中可以认为电磁场和电流仅存在于导体表面很薄的一层内。这也是在实际问题中经常可以理想化为表面电流进行处理的理论依据,尽管严格意义上的面电流实际中并不存在。

1. 2. 3 平面波的极化

要完整表示一个平面波,无论是在其瞬态表示方式还是向量表示方式中,都包含了场矢量的幅度、相位、方向及波的传播方向几个要素,由前面的讨论已经知道,平面波中场矢量的幅度(注意不是指振幅)和相位都是时间 t 的函数。实际上,一般情况下场矢量的方向也是随时间变化的。平面波的极化就是表征在空间给定点上场矢量随时间变化的特征,具体地说,是指电场强度矢量终端端点在波前平面内随时间变化的轨迹。例如在2. 1节的讨论中,我们首先假设了平面波的电场强度矢量是在 x 方向上的,即 $E = a_x E_x$ 。由于 E_x 随时间变化而可正可负,如式(1. 2. 8)所示,那么 E 的终端端点在 z 等于任意给定常数的平面内是在 x 轴上 $\pm E_0^+$ 之间的一段直线,这种波称为沿 x 方向的线极化。除了线极化之外,极化方式还有圆极化和椭圆极化之分,详见下面的讨论。这里对磁场强度矢量的特征就没有必要另行描述了,因为 H 的方向总是与 E 的方向明确相关,如式(1. 2. 27)所示。

假设均匀平面波沿 $+z$ 方向传播,那么 E 在平行于 xOy 平面的平面内,即 E 总可以分解为 E_x 和 E_y 两个分量

$$E = a_x E_x + a_y E_y \quad (1. 2. 58)$$

上式实际上表示了二个分别沿 x 方向线极化和沿 y 方向线极化的场矢量之和。如果 E_x 的振幅为 E_{x0} , E_y 的振幅为 E_{y0} ,并且 E_y 滞后 E_x 相位 φ (如 E_y 相位超前 E_x ,则 $\varphi < 0$),并且注意到 $E_{x0} > 0, E_{y0} > 0$,则上式可重写为

$$E(z) = a_x E_{x0} e^{-jkz} + a_y E_{y0} e^{-jkz} e^{-j\varphi} \quad (1. 2. 59)$$

相应的瞬态表达式为

$$\begin{aligned} E(z, t) &= \text{Re} \{ [a_x E_{x0} + a_y E_{y0} e^{-j\varphi}] e^{-jkz} e^{j\omega t} \} \\ &= a_x E_{x0} \cos(\omega t - kz) + a_y E_{y0} \cos(\omega t - kz - \varphi) \end{aligned} \quad (1. 2. 60)$$

下面分析在给定点上 E 的方向随时间的变化情况。为叙述简单,假设 $z = 0$,则有

$$\begin{aligned} E(0, t) &= a_x E_x(0, t) + a_y E_y(0, t) \\ &= a_x E_{x0} \cos \omega t + a_y E_{y0} \cos(\omega t - \varphi) \end{aligned} \quad (1.2.61)$$

即 E 在两个坐标轴上的分量分别为

$$E_x(0, t) = E_{x0} \cos \omega t \quad (1.2.62a)$$

$$E_y(0, t) = E_{y0} \cos(\omega t - \varphi) \quad (1.2.62b)$$

在上式中消去 ωt 项,可解得

$$\left[\frac{E_x(0, t)}{E_{x0}} \right]^2 + \left[\frac{E_y(0, t)}{E_{y0}} \right]^2 - \frac{2E_x(0, t)E_y(0, t)}{E_{x0}E_{y0}} \cos \varphi = \sin^2 \varphi \quad (1.2.63)$$

这就是 E 的终端端点在 $z = 0$ 平面内的轨迹方程,实际上对于任意给定的 z 值,式(1.2.63)都成立。对于不同的 E_{x0} 和 E_{y0} 的比值及 φ 的取值,式(1.2.63)代表了不同的几何图形,也即定义了不同的极化形式。

1.2.3.1 线极化

如果 $\varphi = 0$,即水平和垂直的两个线极化波同相,则式(1.2.63)成为

$$\left[\frac{E_x(0, t)}{E_{x0}} - \frac{E_y(0, t)}{E_{y0}} \right]^2 = 0 \quad (1.2.64)$$

上式为一直线方程。实际上, $\varphi = 0$ 时,电场的水平分量与垂直分量分别为

$$E_x(0, t) = E_{x0} \cos \omega t$$

$$E_y(0, t) = E_{y0} \cos \omega t$$

合成电场的幅值为

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{E_{x0}^2 + E_{y0}^2} \cos \omega t \quad (1.2.65)$$

合成电场与两个分量的关系见图 1.5(a) 电场与 x 轴的夹角为

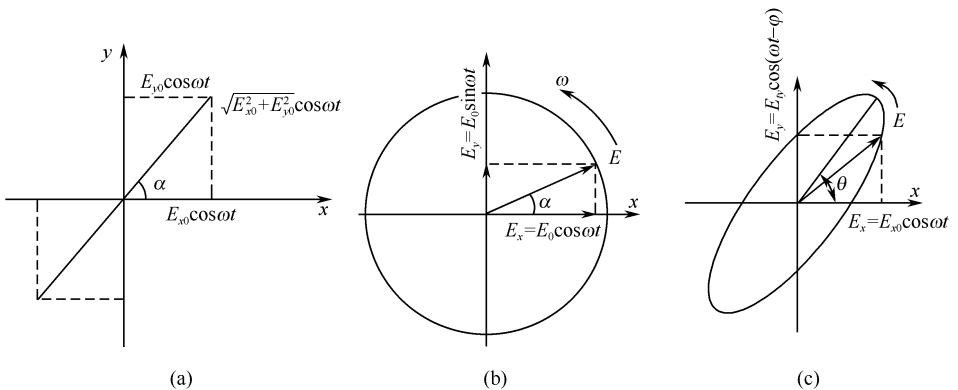


图 1.5 电磁波的极化方式
(a)线极化; (b)圆极化; (c)椭圆极化

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{E_y(0, t)}{E_x(0, t)} = \frac{E_{y0}}{E_{x0}} = \text{常数}$$

电场的大小虽随时间变化,但方向保持在一条直线上,因此为线极化波。探地雷达采用偶极振子天线产生的就是这种极化电磁波。

1. 2. 3. 2 圆极化

令 $E_{x0} = E_{y0} = E_0$, $\varphi = \pm 90^\circ$, 即电场的水平分量和垂直分量振幅相等,但相位差 $\pm 90^\circ$, 则式(1. 2. 63)成为

$$E_x^2(0, t) + E_y^2(0, t) = E_0^2 \quad (1. 2. 66)$$

上式表示了一个圆。如果 $\varphi = 90^\circ$, 则

$$E_x(0, t) = E_0 \cos\omega t \quad (1. 2. 67a)$$

$$E_y(0, t) = E_0 \sin\omega t \quad (1. 2. 67b)$$

合成电场的强度为

$$E(0, t) = \sqrt{E_x^2(0, t) + E_y^2(0, t)} = E_0 = \text{常数} \quad (1. 2. 68)$$

合成电场与 x 轴的夹角为

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{E_y(0, t)}{E_x(0, t)} = \operatorname{tg}\omega t$$

即

$$\alpha = \omega t \quad (1. 2. 69)$$

这表示电场矢量的大小不随时间改变,但方向却随时间变化。如图 1. 5(b)所示, E 的端点是在半径为 E_0 的圆上以角速度 ω 逆时针方向匀速旋转的,所以称为圆极化。而且旋转方向与传播方向(+ z 方向)满足右手定则,即:当右手四指顺着 E 的旋转方向,大拇指就指向波的传播方向,这种圆极化波称为右旋或正圆极化波。

当 $\varphi = -90^\circ$, 即 $E_y(0, t)$ 的相位超前 $E_x(0, t)$ 为 90° 时,式(1. 2. 67b)中将增加一个负号,式(1. 2. 68)仍不变,而式(1. 2. 69)中亦将增加一个负号,说明 E 仍是圆极化波,但在 $z=0$ 平面内,电场 E 与 x 轴的夹角变为 $-\omega t$, 即 E 是以角速度 ω 顺时针方向旋转的,此时旋转方向与传播方向将满足左手关系,这种圆极化波称为左圆或负圆极化波。

在此,我们介绍一种判断圆极化波右旋或左旋的简单方法。将四指从时间相位超前的电场分量旋转至滞后的分量,如果传播方向为右手大拇指的指向,就是右旋极化波。反之若为左手大拇指的指向,就是左旋极化波。这种判断方法在下面将要讨论的椭圆极化波中仍然有效。

1. 2. 3. 3 椭圆极化

如果 $E_{x0} \neq E_{y0}$, 而且 $\varphi \neq 0$, 即电场的两个分量振幅和相位都不相等,这是最一般的情况。此时式(1. 2. 63)是一个椭圆方程,说明 E 的端点轨迹是一个椭圆,故

称为椭圆极化波。由式(1. 2. 62), E 与 x 轴的夹角为

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{E_{x0} \cos(\omega t - \varphi)}{E_{y0} \cos \omega t} = \frac{E_{x0}}{E_{y0}} (\cos \varphi + \operatorname{tg} \omega t \sin \varphi) \quad (1. 2. 70)$$

E 的端点在椭圆上非匀速旋转。而当 $\varphi > 0$ 时,它是逆时针方向旋转的,为右旋椭圆极化波;当 $\varphi < 0$ 时,它是顺时针方向旋转的,为左旋椭圆极化波(图 1. 5(c))。可以证明,椭圆的长轴与 x 轴的夹角 θ 由下式确定

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2 E_{x0} E_{y0}}{E_{x0}^2 - E_{y0}^2} \cos \varphi \quad (1. 2. 71)$$

前面讨论的线极化和圆极化都可以看作椭圆极化的特例。

以上讨论是在垂直于电磁波传播方向的一个平面上进行的,即在空间固定一点观察电场随时间的变化。事实上,场矢量随时间变化的同时还沿着传播方向以电磁波传播速度向前推进。但如果在固定时间观察电场在传播方向上的空间变化,它的大小和方向的空间变化规律与某一垂直平面上随时间变化的情况相同,即后者为前者在该平面上的投影。

1 2 4 平面波的反射和透射

现在考虑平面波以角度 θ 入射至两种介质的平面分界面的情况。设这两种介质具有不同的电性参数(ϵ, μ)和(ϵ', μ')。由于在分界面处媒质的不连续性,致使一部分入射波被反射,另一部分将继续向前传播。在入射波中任取两根入射线,则有相应的两根反射线和两根透射线,且这些射线必然在同一平面内(入射面),如图 1. 6 所示。图中,直线 $AO, O'A'$ 和 $O'B'$ 分别表示在入射面内入射波,反射波和透射波波前的横截线,它们分别与入射线、反射线和透射线垂直。则在 O 点的入射波与 A 点的入射波相位相等, O' 点的反射波与 A' 点的反射波相位相等,换言之, A 点入射波与 O' 点反射波的相位差和 O 点入射波与 A' 点反射波的相位差相等,即

$$\beta_i \overline{AO'} + \varphi_r = \beta_r \overline{OA'} + \varphi_r \quad (1. 2. 72)$$

式中, φ_r 是平面波在分界面上的反射引起的相位延迟。由于入射波和反射波在同一种媒质中,所以 $\beta_i = \beta_r = \beta$, 则式(1. 2. 72)变为

$$\overline{OO'} \sin \theta = \overline{OO'} \sin \theta_r$$

所以有

$$\theta_r = \theta \quad (1. 2. 73)$$

即反射角等于入射角,这就是斯耐尔(snell)反射定律。

同样地, O 点入射波与 β' 点透射波的相位差和 A 点入射波与 O' 点透射波的相位差相等,即 B'

$$\beta_i \overline{AO'} + \varphi_t = \beta_t \overline{OB'} + \varphi_t \quad (1. 2. 74)$$